

**Katarzyna Zeug-Żebro\***

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

## ANALIZA PRZESTRZENNA PROCESU STARZENIA SIĘ POLSKIEGO SPOŁECZEŃSTWA

### STRESZCZENIE

Pierwsze prawo geografii ekonomicznej sformułowane w 1970 roku przez W. Toblera [Tobler, 1979, s. 234–240], mówiące o tym, że wszystko jest powiązane ze sobą, ale obiekty bliższe są bardziej powiązane niż odległe, dało początek badaniom związanym z modelowaniem przestrzennym. Powstałe metody okazały się bardzo dobrymi narzędziami, których zastosowanie można obserwować, między innymi, w analizie regionalnej. Do najczęściej stosowanych należą miary autokorelacji przestrzennej, które obrazują zależność zmiennych w odniesieniu do lokalizacji przestrzennej. Korelacja przestrzenna pozwala stwierdzić, że nasilenie danego zjawiska jest bardziej zauważalne w jednostkach sąsiadujących niż w jednostkach od siebie odległych. Głównym celem artykułu jest badanie zależności przestrzennej indeksu starości demograficznej w Polsce, miernikami globalnej i lokalnej autokorelacji przestrzennej. Dane wykorzystane w analizie pochodzą z Banku Danych Lokalnych GUS-u. Wszystkie obliczenia oraz prezentowane mapy zostały wykonane w programie R CRAN.

**Słowa kluczowe:** autokorelacja przestrzenna, statystyki globalne i lokalne, proces starzenia się społeczeństwa.

---

\* Adres e-mail: [katarzyna.zeug-zebro@ue.katowice.pl](mailto:katarzyna.zeug-zebro@ue.katowice.pl).

## Wprowadzenie

Starzenie się społeczeństwa, będące skutkiem wydłużania się ludzkiego życia, migracji zarobkowych i obniżającej się liczby narodzin, zmienia zasadniczo strukturę ludności. Tempo zmian relacji liczby osób w wieku poprodukcyjnym (65+) do liczby osób w wieku przedprodukcyjnym (0–17) jest coraz szybsze. Zjawisko starzenia się ludności jest obecnie jednym z istotniejszych problemów gospodarczych nie tylko w Polsce, ale również na całym świecie. Stwarza, ono szanse i stawia wyzwania, które należy zrozumieć, aby umieć im sprostać. Analiza tego procesu może zatem posłużyć do wyznaczania właściwych kierunków zmian, związanych na przykład z prowadzeniem polityki prorodzinnej.

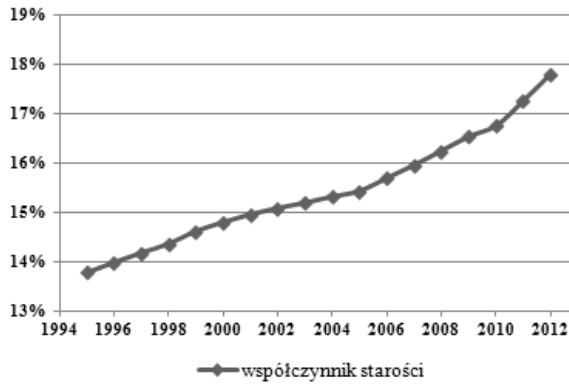
W artykule przeprowadzono analizę zależności przestrzennej indeksu starości demograficznej dla aktualnego podziału Polski na województwa i powiaty w latach 2003–2012. Badania oparto na miernikach globalnej i lokalnej autokorelacji przestrzennej. Dane wykorzystane w analizach pozyskano z Banku Danych Lokalnych GUS-u [[www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl)]. Obliczenia przeprowadzono przy użyciu programu R Cran i pakietu Microsoft Excel.

### 1. Zmiany indeksu starości demograficznej w Polsce w latach 2003–2012

Od czasu transformacji systemu gospodarczego w Polsce można zauważyć znaczny spadek przyrostu naturalnego ludności oraz nasilenie procesu starzenia się społeczeństwa.

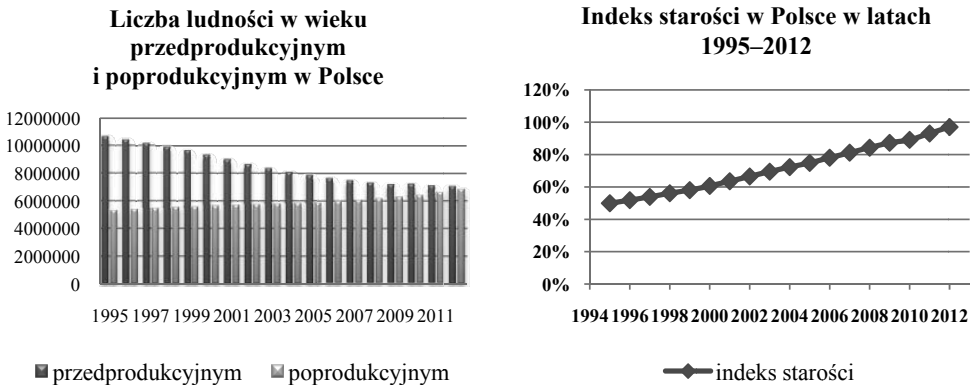
Współczynnik starości demograficznej (rysunek 1), obliczony jako stosunek liczby osób w wieku poprodukcyjnym do osób ogółem, w 1995 roku wynosił 13,77% i wskazywał na starość demograficzną polskiego społeczeństwa [Rosset, 1959]. W ciągu kolejnych lat współczynnik ten wzrastał i w 2012 roku osiągnął poziom 17,8%. Podobnie przedstawia się sytuacja w przypadku poziomu indeksu starości demograficznej (stosunek liczby osób w wieku poprodukcyjnym do liczby osób w wieku przedprodukcyjnym). Na początku rozważanego okresu indeks ten wynosił zaledwie 49,95%, a w 2012 roku osiągnął już poziom 97,09% i nadal rośnie.

Rysunek 1. Współczynnik starości demograficznej w Polsce w latach 1995–2003



Źródło: opracowanie własne.

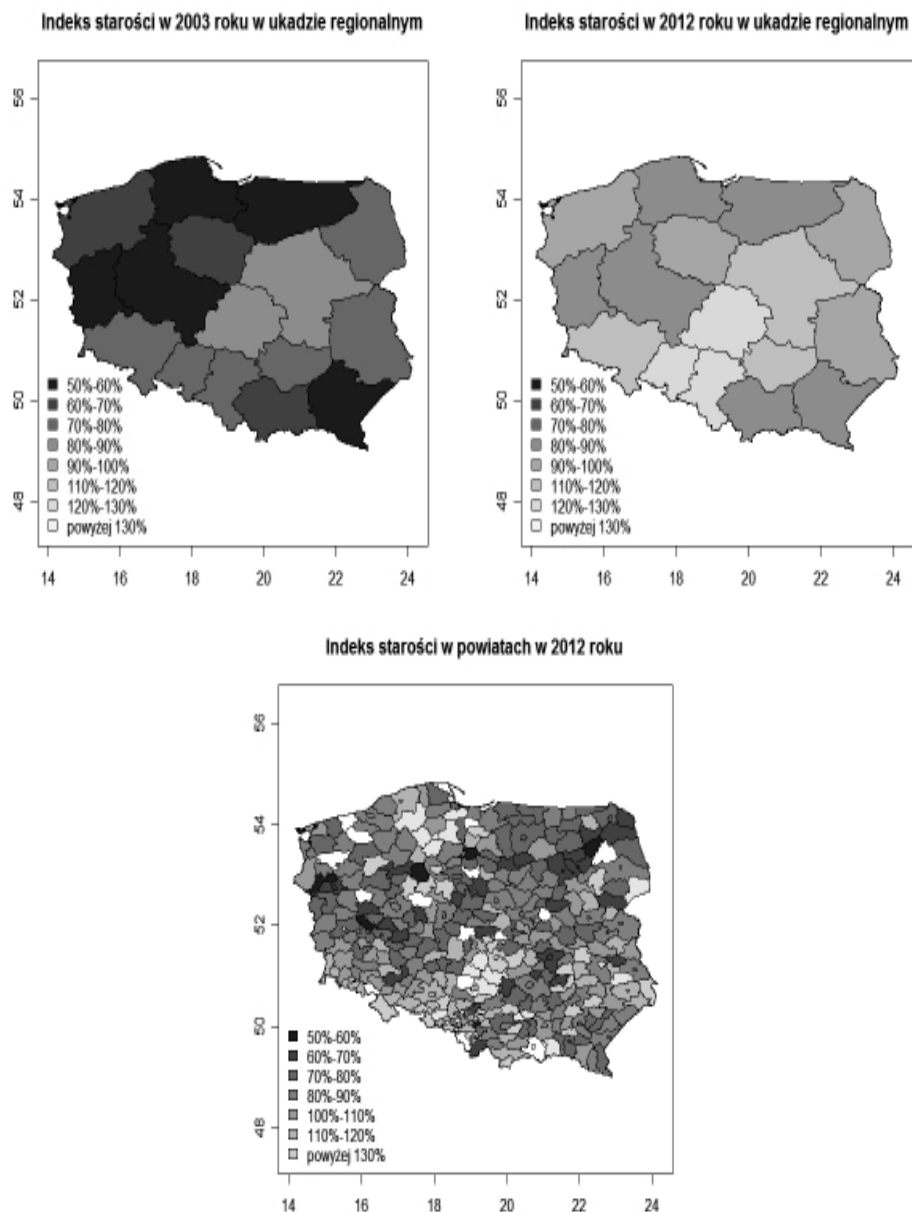
Rysunek 2. Zestawienie liczby ludności w wieku przedprodukcyjnym i poprodukcyjnym oraz indeksu starości demograficznej w Polsce w latach 1995–2003



Źródło: opracowanie własne.

Proces starzenia ludności jest zjawiskiem wieloaspektowym, na który wpływ ma, między innymi, demograficzny i przestrzenny charakter jednostek [Kurek, 2008]. Na mapach na rysunku 3 można zauważyć istotne różnice między wartościami indeksu starości demograficznej w poszczególnych województwach i powiatach. Taka sytuacja może świadczyć o istotnej zależności procesu starzenia się społeczeństwa od rozmieszczenia przestrzennego badanych jednostek.

Rysunek 3. Indeks starości demograficznej w województwach (w latach 2003 i 2012 )  
i powiatach (2012) w Polsce



Źródło: opracowanie własne.

Graficzna prezentacja pozwala wyodrębnić województwa o zdecydowanie najwyższym i najniższym indeksie starości. W roku 2003 najniższą wartość tego indeksu (z przedziału od 50% do 60 %) zaobserwowano w województwach: lubuskim, podkarpackim, pomorskim, wielkopolskim i warmińsko-mazurskim, a najwyższą (80–90%) w łódzkim i mazowieckim. W roku 2012 sytuacja uległa wyraźnej zmianie. Do województw z najniższym wskaźnikiem starości (80–90%) dołączyło województwo małopolskie, a z najwyższą wartością tego indeksu (110–120%) do województwa łódzkiego dołączyły opolskie i śląskie. Na mapach można dostrzec również sąsiadujące województwa i powiaty o podobnych wartościach indeksu starości demograficznej lub istotnie różne.

## 2. Statystyki przestrzenne

Metody statystyki przestrzennej służą, między innymi, do identyfikacji wzorców i zależności przestrzennej. Testowanie występowania zależności sprowadza się do weryfikacji hipotezy o istnieniu autokorelacji przestrzennej w danych przestrzennie zlokalizowanych. Ocena autokorelacji przestrzennej wymaga wiedzy na temat stopnia i specyfiki różnorodności przestrzennej, czyli o zróżnicowaniu cech poszczególnych miejsc i regionów geograficznych.

W statystyce przestrzennej szacuje się dwa typy miar autokorelacji przestrzennej: miary globalne i miary lokalne. Globalna autokorelacja wynika z istnienia korelacji w obrębie całej badanej jednostki przestrzennej, miary lokalne zaś wykazują zależności przestrzenne danej zmiennej z jednostkami sąsiadującymi w konkretnej lokalizacji. Do najczęściej wykorzystywanych miar globalnych należą: statystyka  $I$  Morana [Moran, 1950, s. 17–23] oraz statystyka  $C$  Geary'ego [Geary, 1954, s. 115–145]. Do miar lokalnych należą: wskaźniki LISA [Anselin, 1995, s. 93–115] (lokalna statystyka Morana  $I_i$  i Geary'ego  $C_i$ ) oraz lokalna statystyka Getisa-Orda  $G_i$  [Getis, Ord, 1992, s. 189–206].

Autokorelacja przestrzenna występuje w przypadku, gdy określone zjawisko w jednej jednostce przestrzennej wpływa na zmianę prawdopodobieństwa wystąpienia tego zjawiska w jednostkach sąsiednich [Bivand, 1980, s. 23–38]. W ujęciu ogólnym dodatnia autokorelacja przestrzenna zachodzi wówczas, gdy obserwujemy przestrzenne gromadzenie się, w sensie lokalizacji, wysokich lub niskich wartości obserwowanych zmiennych. W przypadku ujemnej autokorelacji wysokie wartości

sąsiadują z niskimi, a niskie z wysokimi, tworząc pewnego rodzaju szachownicę [Suchecki, 2010]. Brak autokorelacji przestrzennej oznacza przestrzenną losowość, zatem wartości wysokie i niskie obserwowanych zmiennych są rozmieszczone niezależnie.

## 2.1. Wybrane statystyki globalne

### Globalna statystyka Morana

Jedną z najczęściej stosowanych statystyk w badaniu autokorelacji przestrzennej jest globalna statystyka  $I$  Morana zdefiniowana następująco:

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{n}{S_0} \cdot \frac{\mathbf{z}^T \mathbf{W} \mathbf{z}}{\mathbf{z}^T \mathbf{z}} \quad (1)$$

gdzie:

- $x_i, x_j$  – wartości zmiennych w jednostce przestrzennej  $i$  oraz  $j$ ,
- $\bar{x}$  – średnia arytmetyczna wartości zmiennej dla wszystkich jednostek,
- $n$  – liczba wszystkich jednostek przestrzennych uwzględnionych w badaniu,
- $S_0$  – suma wszystkich elementów macierzy wag,
- $\mathbf{z}$  – wektor kolumnowy o elementach  $z_i = x_i - \bar{x}$ ,
- $\mathbf{W}$  – macierz wag przestrzennych stopnia  $n$ , definiującą strukturę sąsiedztwa,
- $w_{ij}$  – element zero-jedynkowy macierzy wag  $\mathbf{W}$ :

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{gdy jednostka } i\text{-ta jest sąsiadem } j\text{-ej jednostki} \\ 0, & \text{gdy jednostka } i\text{-ta nie jest sąsiadem } j\text{-ej jednostki} \\ 0, & \text{gdy } i = j\text{-elementy diagonalne macierzy} \end{cases} \quad (2)$$

A.D. Cliff i J.K. Ord [Cliff, Ord, 1973] udowodnili, że rozkład statystyki Morana jest asymptotycznie normalny. Istotność statystyczna autokorelacji przestrzennej może być zatem zweryfikowana za pomocą unormowanej statystyki  $I_S \sim N(0,1)$ :

$$I^S = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{Var}(I)}} \quad (3)$$

gdzie:

$E(I)$  – wartość oczekiwana statystyki Morana,

$\text{Var}(I)$  – jej wariancja:

$$E(I) = -\frac{1}{n-1} \quad \text{i} \quad \text{Var}(I) = \frac{n^2 S_1 - n S_2 + 3 S_0^2}{(n^2 - 1) S_0^2} - \frac{1}{(n-1)^2} \quad (4)$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}, \quad S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_{ij} + w_{ji})^2, \quad S_2 = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n w_{ji} \right)^2 \quad (5)$$

Jeżeli statystyka Morana ma wartości  $I \approx -\frac{1}{n-1}$ ,  $I^S \approx 0$ , mówi się o braku autokorelacji, natomiast gdy  $I > -\frac{1}{n-1}$ ,  $I^S > 0$ , mamy do czynienia z autokorelacją dodatnią, a dla  $I < -\frac{1}{n-1}$ ,  $I^S < 0$  występuje zjawisko autokorelacji ujemnej.

### Globalna statystyka Geary'ego

Kolejną miarą globalnej autokorelacji przestrzennej jest statystyka Geary'ego  $C$ . Statystkę tę wyraża się wzorem:

$$C = \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - x_j)^2}{2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{n}{(n-1)} \left[ \frac{n}{S_0} \cdot \frac{\mathbf{z}^T \text{diag}(w_i) \mathbf{z}}{\mathbf{z}^T \mathbf{z}} - I \right] \quad (6)$$

gdzie wszystkie elementy wzoru zdefiniowano w statystyce  $I$ .

Widać, że miara Geary'ego daje się wyrazić za pomocą statystyki Morana [Griffith, 2003]. Mimo że miary Morana i Geary'ego dają podobne rezultaty, efektywniejsza jest statystyka Morana. Wynika to z większej wrażliwości wariancji statystyki Geary'ego na rozkład próby. Gdy macierz wag jest niesymetryczna, wartości tej statystyki mogą być zaburzone.

Podobnie jak w przypadku statystyki Morana do weryfikacji hipotezy o braku istotnej korelacji przestrzennej można wykorzystać standaryzację miary Geary'ego:

$$C^S = \frac{C - E(C)}{\sqrt{\text{Var}(C)}} \sim N(0,1) \quad (7)$$

gdzie:

$E(C)$  – wartość oczekiwana statystyki Geary’ego,

$\text{Var}(C)$  – jej wariancja:

$$E(C) = 1 \text{ i } \text{Var}(C) = \frac{(n-1)(2S_1 + S_2) - 4S_0^2}{2(n+1)S_0^2} \quad (8)$$

Wartość statystyki Geary’ego jest zawsze dodatnia i należy do przedziału  $\langle 0, 2 \rangle$ . Jeżeli  $1 < C < 2$  i  $C^S > 0$ , można mówić o autokorelacji ujemnej;  $0 < C < 1$  i  $C^S < 0$  występuje autokorelacja dodatnia;  $C \approx 1$ ,  $C^S \approx 0$  oznacza brak autokorelacji przestrzennej.

## 2.2. Statystyka lokalna Morana

W wielu przypadkach do identyfikacji układów przestrzennych wykorzystuje się lokalne wskaźniki zależności przestrzennej. Najczęściej stosowanymi miarami są zaproponowane przez L. Anselina [Anselin, 1995, s. 93–115] mierniki LISA (*Local Indicators of Spatial Association*). W skład LISA wchodzi, między innymi, lokalna statystyka Morana  $I_i$ .

Za pomocą lokalnej statystyki Morana wyznacza się skupiska jednostek przestrzennych i mierzy, czy jednostka jest otoczona przez jednostki sąsiedzkie o podobnych lub różnych wartościach badanej zmiennej w stosunku do losowego rozkładu tych wartości w badanej przestrzeni [Kopczewska, 2006].

W przypadku niestandardyzowanych wartości zmiennej i standaryzowanej wierszami macierzy wag [Arbia, 2006] ( $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} = n$ ), lokalna miara Morana ma postać:

$$I_i = \left[ (x_i - \bar{x}) \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_j - \bar{x}) \right] / \left[ \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} \right] \quad (9)$$

gdzie wszystkie elementy wzoru zdefiniowano w statystyce  $I$ .

W roku 1995 L. Anselin [Anselin, 1995, s. 93–115] w celu testowania istotności lokalnej autokorelacji przestrzennej przedstawił standaryzowaną postać lokalnej statystyki Morana:



$$I_i^S = \frac{I_i - E(I_i)}{\sqrt{\text{Var}(I_i)}} \sim N(0,1) \quad (10)$$

gdzie:

$E(I_i)$  – wartość oczekiwana lokalnej statystyki Morana,

$\text{Var}(I_i)$  – jej wariancja:

$$E(I_i) = -\frac{\sum_{j=1}^n w_{ij}}{n-1} \quad \text{ i } \quad \text{Var}(I_i) = \frac{(n-k) \sum_{i \neq j} w_{ij}^2}{n-1} + \frac{2(2k-n) \sum_{l \neq i} \sum_{h \neq i} w_{il} w_{ih}}{(n-1)(n-2)} - \left( \frac{-\sum_{i \neq j} w_{ij}}{n-1} \right)^2 \quad (11)$$

$$\text{gdzie } k = \frac{\frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^4}{\left( \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \right)^2}.$$

Autokorelacja ujemna występuje wówczas, gdy standaryzowana statystyka lokalna Morana przyjmuje wartości ujemne, czyli gdy obiekt jest otoczony przez jednostki przestrzenne o znacząco różnych wartościach badanej zmiennej. O dodatniej autokorelacji przestrzennej i klastrowaniu jednostek przestrzennych mówi się wtedy, gdy statystyka ta ma wartości dodatnie (obiekt jest otoczony przez podobne jednostki sąsiedzkie).

### 3. Przedmiot i przebieg badania

Badaniu poddano dane dotyczące ludności dla aktualnego podziału terytorialnego Polski na województwa i powiaty w latach 2003–2012. Dane te uzyskano z Banku Danych Lokalnych GUS-u. W pierwszym etapie badań wyznaczono wartości indeksu starości demograficznej dla województw i powiatów. Następnie określono macierze wag przestrzennych według kryterium wspólnej granicy. W kolejnym kroku dokonano analizy przestrzennej indeksu starości w ujęciu wojewódzkim. Obliczone wartości globalnych statystyk Morana i Geary’ego przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości statystyk globalnych Morana i Geary'ego dla indeksu starości demograficznej w Polsce w ujęciu wojewódzkim

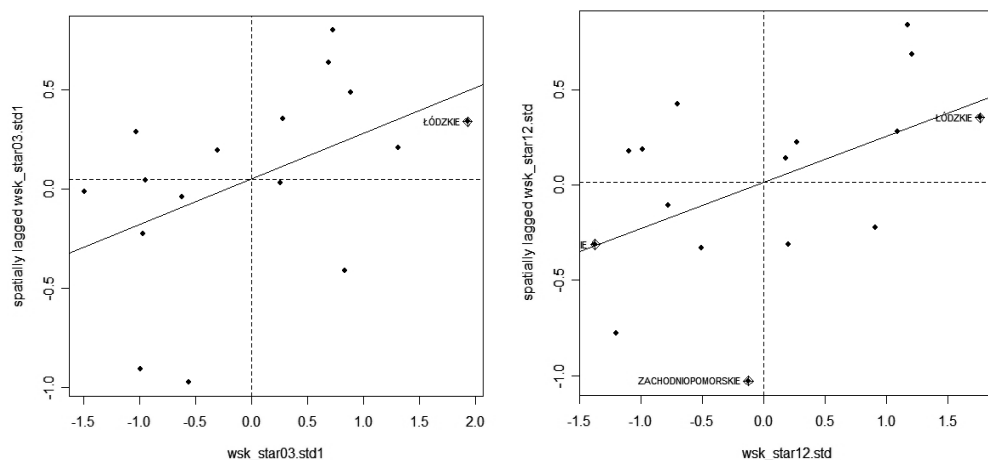
Rok	Statystyka globalna Morana				Statystyka globalna Geary'ego			
	$I$	E (C)	Var (C)	$p$ -value	C	E (C)	Var (C)	$p$ -value
2003	0,2306	-0,0667	0,02343	0,0261	0,7655	1,0000	0,02242	0,0586
2004	0,2553	-0,0667	0,02379	0,0184	0,7391	1,0000	0,02237	0,0406
2005	0,2755	-0,0667	0,02399	0,0136	0,7169	1,0000	0,02235	0,0292
2006	0,2892	-0,0667	0,02398	0,0108	0,6977	1,0000	0,02234	0,0216
2007	0,2972	-0,0667	0,02399	0,0094	0,6864	1,0000	0,02234	0,0179
2008	0,3004	-0,0667	0,02396	0,0089	0,6811	1,0000	0,02234	0,0165
2009	0,2874	-0,0667	0,02396	0,0123	0,7000	1,0000	0,02235	0,0224
2010	0,2808	-0,0667	0,02391	0,0123	0,7062	1,0000	0,02236	0,0247
2011	0,2640	-0,0667	0,02382	0,0161	0,7208	1,0000	0,02237	0,0309
2012	0,2419	-0,0667	0,02384	0,0228	0,7423	1,0000	0,02237	0,0425

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie danych zawartych w tabeli 1 można stwierdzić, że wartości statystyki globalnej Morana dla badanego okresu mają wartości istotne i większe od wartości oczekiwanej tej statystyki, co wskazuje na dodatnią autokorelację przestrzenną. Wniosek o dodatniej autokorelacji przestrzennej potwierdzają również uzyskane wartości statystyki globalnej Geary'ego ( $0 < C < 1$ ). W analizowanym przypadku występuje zatem tendencja do skupiania jednostek o podobnej wartości indeksu starzenia w sąsiedztwie. Wzrost wartości statystyki globalnej Morana między 2003 rokiem a 2008 rokiem informuje o zachodzącym procesie wzmacniania zależności przestrzennej, a spadek w latach 2008–2012 o jej osłabieniu.

Graficzną prezentację statystyki Morana dla początkowego i końcowego okresu przedstawiono na rysunku 4. Na wykresach wyróżniono województwa o odstających wartościach indeksu starości. W roku 2003 było to tylko województwo łódzkie, natomiast w 2012 roku pojawiły się dodatkowo dwa województwa: zachodniopomorskie oraz warmińsko-mazurskie. Dla punktów (województw) znajdujących się poniżej linii regresji, wartości wskaźnika starości przewyższają wartości indeksu starości w sąsiedzkich regionach znacznie bardziej, niż by to wynikało z ogólnego wzorca przestrzennego. Regiony te nazywa się *hot spots*.

Rysunek 4. Wykresy statystyki globalnej Morana dla lat 2003 i 2012



Źródło: opracowanie własne.

Istotnie, w województwie łódzkim obserwuje się wyższą wartość indeksu starości (86,13% w 2003 roku) niż w województwach sąsiednich: kujawsko-pomorskim (62,84%), mazowieckim (80,46%), świętokrzyskim (76,6%), śląskim (75,13%), opolskim (74,77%) i wielkopolskim (59,82%). W 2012 roku do regionów *hot spots* zaliczono województwa łódzkie i zachodniopomorskie, zaś województwo warmińsko-mazurskie otoczone jest regionami o indeksie starości relatywnie wyższym od średniej wartości indeksu starości dla całego kraju.

Dotychczas przeprowadzone badania pozwoliły jedynie na ogólną charakterystykę autokorelacji przestrzennej. W celu uzyskania bardziej szczegółowych informacji w kolejnym kroku analizy wyznaczono dla każdego województwa lokalną statystykę Morana. Uzyskane wartości tej statystyki przedstawiono w tabeli 2. Pogrubione wartości w tabeli 2 oznaczają istotne wartości statystyki lokalnej Morana.

Tabela 2. Wartości statystyk lokalnych Morana dla województw w latach 2003–2012

Województwo	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Łódzkie	<b>0,701</b>	<b>0,715</b>	<b>0,710</b>	<b>0,741</b>	<b>0,744</b>	<b>0,733</b>	<b>0,696</b>	<b>0,700</b>	<b>0,704</b>	<b>0,665</b>
Świętokrzyskie	0,461	0,445	0,433	0,401	0,376	0,349	0,412	0,403	0,367	0,327
Wielkopolskie	-0,045	-0,050	-0,050	-0,069	-0,088	-0,110	-0,090	-0,123	-0,165	-0,211
Kujawsko-pomorskie	0,026	0,060	0,096	0,110	0,132	0,154	0,169	0,171	0,169	0,181
Małopolskie	-0,064	-0,079	-0,094	-0,113	-0,136	-0,158	-0,201	-0,238	-0,274	-0,318
Dolnośląskie	-0,367	-0,316	-0,277	-0,215	-0,177	-0,142	-0,244	-0,240	-0,219	-0,217
Lubelskie	0,107	0,093	0,087	0,068	0,052	0,043	0,057	0,053	0,036	0,027
Lubuskie	0,233	0,265	0,286	0,278	0,272	0,268	0,245	0,205	0,144	0,089
Mazowieckie	0,291	0,242	0,202	0,169	0,143	0,123	0,139	0,120	0,094	0,064
Opolskie	0,467	0,590	<b>0,682</b>	<b>0,796</b>	<b>0,882</b>	<b>0,945</b>	<b>0,804</b>	<b>0,833</b>	<b>0,870</b>	<b>0,882</b>
Podlaskie	0,009	0,000	-0,010	-0,025	-0,040	-0,057	-0,074	-0,061	-0,067	-0,067
Pomorskie	<b>0,963</b>	<b>0,999</b>	<b>1,042</b>	<b>1,040</b>	<b>1,041</b>	<b>1,042</b>	<b>1,084</b>	<b>1,055</b>	<b>1,024</b>	<b>1,001</b>
Śląskie	0,621	<b>0,742</b>	<b>0,843</b>	<b>0,914</b>	<b>0,979</b>	<b>1,013</b>	<b>1,059</b>	<b>1,105</b>	<b>1,085</b>	<b>1,052</b>
Podkarpackie	-0,316	-0,296	-0,277	-0,240	-0,211	-0,185	-0,216	-0,238	-0,218	-0,198
Warmińsko-mazurskie	0,019	0,063	0,119	0,168	0,215	0,249	0,276	0,350	0,403	0,457
Zachodniopomorskie	0,583	0,611	0,614	0,602	0,570	0,539	0,482	0,400	0,271	0,138

Boldem oznaczono istotne wartości statystyki lokalnej Morana.

Źródło: opracowanie własne.

W latach 2003–2012 lokalna statystyka Morana dla województw łódzkiego i pomorskiego jest istotna i większa od zera, co oznacza, że województwa te są otoczone przez regiony o znacząco podobnych wartościach indeksu starości demograficznej. Podobną sytuację można zauważyć w przypadku województwa śląskiego (w latach 2004–2012) i opolskiego (w latach 2005–2012). Województwa te określa się mianem klastrów.

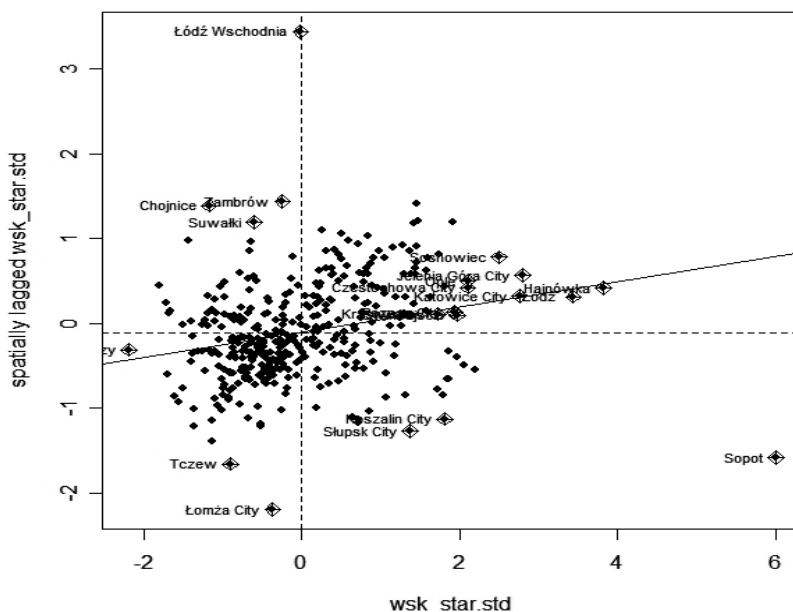
W kolejnym kroku badań przeprowadzono analizę przestrzenną indeksu starości w Polsce z uwzględnieniem podziału na powiaty. Obliczenia wykonano tylko dla danych pochodzących z 2012 roku. Wartości globalnych statystyk Morana i Geary'ego w ujęciu powiatowym przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Wartości statystyk globalnych Morana i Geary'ego dla indeksu starości demograficznej w Polsce w ujęciu powiatowym

Rok	Statystyka globalna Morana				Statystyka globalna Geary'ego			
	$I$	$E(C)$	$Var(C)$	$p-value$	$C$	$E(C)$	$Var(C)$	$p-value$
2012	0,1489	-0,0027	0,0012	0,0228	0,8124	1,0000	0,00219	0,0022

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 5. Wykres statystyki globalnej Morana w ujęciu powiatowym



Źródło: opracowanie własne.

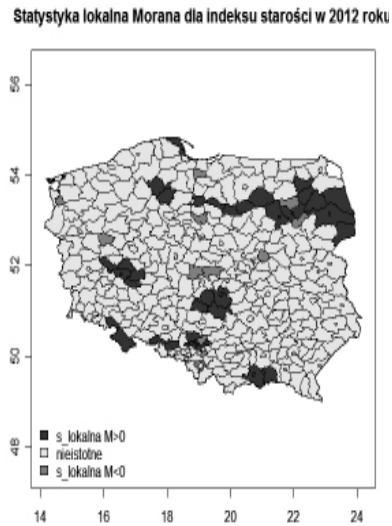
Rezultaty przedstawione w tabeli 3 wskazują na pozytywną autokorelację przestrzenną powiatów. Dla dowolnie wybranego powiatu można zatem przyjąć, że indeks starości w jednostkach sąsiednich przyjmuje podobną wartość.

Na wykresie punktowym wyznaczonym dla globalnej statystyki Morana w ujęciu powiatowym (rysunek 5) można zauważyć, że powiaty tczewski, miasta: Koszalin, Łomża, Sopot, Słupsk, Łódź, Świnoujście są jednostkami *hot spots*. Powiaty: łódzki wschodni, zambrowski, chojnicki, miasta: Słupsk, Jelenia Góra, Sosnowiec,

Katowice, Opole, Częstochowa otoczone są jednostkami o indeksie starości relatywnie wyższym od średniej wartości indeksu starości dla całego kraju.

Następnym krokiem w analizie przestrzennej indeksu starości w ujęciu powiatowym było wyznaczenie lokalnych statystyk Morana. Powiaty, dla których te statystyki były istotne, zaznaczono na rysunku 6.

Rysunek 6. Wykres lokalnych istotnych statystyk Morana



Źródło: opracowanie własne.

Jednostki terytorialne zaznaczone na mapie najciemniejszym kolorem to klastry, gdyż są otoczone przez powiaty o znacząco podobnych wartościach indeksu starości. Jednostki zaznaczone jaśniejszym odcieniem koloru szarego to *outliers*, czyli powiaty otoczone przez jednostki o znacząco różnych wartościach wskaźnika starości demograficznej.

## Podsumowanie

Przeprowadzone analizy zależności przestrzennej zjawiska starzenia się społeczeństwa polskiego wskazują na istnienie dodatniej autokorelacji przestrzennej, czyli tworzenie się skupisk jednostek terytorialnych (klastrów) o podobnych war-

tościach indeksu starości. W układzie przestrzennym najwyższym stanem zaawansowania starością demograficzną (mierzoną indeksem starości) w latach 2003–2012 charakteryzowały się obszary Polski środkowej, wschodniej i południowej, natomiast ziemie zachodnie i północne były młodsze demograficznie.

Ostatnie lata pokazały, że metody przestrzenne są coraz częściej wykorzystywane w analizach procesów ekonomicznych [Wolny-Dominiak, Zeug-Żebro, 2012, s. 992–998]. Wynika to, między innymi, z faktu, że lokalne i globalne miary autokorelacji przestrzennej, informując o rodzaju i sile zależności przestrzennej, umożliwiają pełniejsze niż tradycyjnie stosowanie miary, określenie związków między jednostkami odniesienia oraz określenie struktur przestrzennych [Janc, 2006, s. 76–83]. Dodatkowy wpływ na to ma również szybki rozwój oprogramowania oferującego procedury obliczeniowe z zakresu statystyki i ekonometrii przestrzennej. Efekty tego rozwoju można obserwować, między innymi, w programie R CRAN w pakietach {spdep} (Bivand 2003) i {maptools}.

## Literatura

- Anselin L. (1995), *Local Indicators of Spatial Association-LISA*, „Geographical Analysis” 27.
- Arbia G. (2006), *Spatial Econometrics: Statistical Foundations and Applications to Regional Growth Convergence*, Springer, New York.
- Bivand R. (1980), *Autokorelacja przestrzenna a metody analizy statystycznej w geografii*, w: red. Z. Chojnicki, *Analiza regresji geografii*, PWN, Poznań.
- Bivand R. (2003), *Spatial Econometrics Functions in R: Classes and Methods*, „Journal of Geographical System”, Vol. 4.
- Cliff A.D., Ord J.K. (1973), *Spatial Autocorrelation*, Pion, London.
- Gear R. (1954), *The Contiguity Ratio and Statistical Mapping*, „The Incorporated Statistician” 5.
- Getis A., Ord J.K. (1992), *The Analysis of Spatial Association by Use of Distance Statistics*, „Geographical Analysis” 24.
- Griffith D.A. (2003), *Spatial Autocorrelations and Spatial Filtering*, Springer, Berlin-Heidelberg.
- Janc K. (2006), *Zjawisko autokorelacji przestrzennej na przykładzie statystyki I Morana oraz lokalnych wskaźników zależności przestrzennej (LISA) – wybrane zagadnienia metodyczne*, w: red. T. Komornicki, T. Podgórski, *Idee i praktyczny uniwersalizm geografii. Dokumentacja Geograficzna* 33.

- Kopczewska K. (2006), *Ekonometria i statystyka przestrzenna z wykorzystaniem programu R CRAN*, Cedewu.pl, Warszawa.
- Kurek S. (2008), *Typologia starzenia się ludności Polski w ujęciu przestrzennym*, Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej, Kraków.
- Moran P.A.P. (1950), *Notes on Continuous Stochastic Phenomena*, „Biometrika” 37 (1), s. 17–23.
- Rosset E. (1959), *Proces starzenia się ludności*, PWE, Warszawa.
- Suchecki B. (red.) (2010), *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*. Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.
- Tobler W. (1970), *A Computer Model Simulating Urban Growth in Detroit Region*, „Economic Geography” 46(2).
- Wolny-Dominiań A., Zeug-Żebro K. (2012), *Spatial Statistics in the Analysis of County Budget Incomes in Poland with the R CRAN*, w: red. J. Ramik, D. Stavárek, *Proceedings of 30<sup>th</sup> International Conference Mathematical Methods in Economics*. Karviná: Silesian University, School of Business Administration.

## SPATIAL ANALYSIS OF AGING THE POLISH SOCIETY

### Abstract

The first law of geography formulated by W. Tobler in 1970, which says that everything is related, but near objects are more related than distant ones, spatial modeling has become an important research area. The methods which were developed proved to be excellent tools which can also be used in regional analysis. The most common are measures of spatial autocorrelations, which show the dependence of variables in respect of spatial localization. Spatial correlation allows to determine that intensification of a given phenomenon is more perceivable in neighboring units than in units distant from each other. The main objective of this paper is to study the spatial dependences of demographic aging index using measures of global and local spatial autocorrelation. The data used in analysis come from the Local Data Bank of the Central Statistical Office. All calculations and presented maps were made in the R CRAN.

*Translated by Katarzyna Zeug-Żebro*

**Keywords:** spatial autocorrelation, global and local statistics, the process of aging.

**Kod JEL:** J14, C44.