

**Tomasz Wiśniewski\***  
Uniwersytet Szczeciński

## WYKORZYSTANIE SYMULACJI MONTE CARLO W ANALIZIE RYZYKA PROJEKTÓW INWESTYCYJNYCH

### Streszczenie

Analizie poddana została jedna z mniej popularnych w Polsce metod oceny ryzyka projektów inwestycyjnych, jaką jest symulacja Monte Carlo. W szczególności przeprowadzono analizę sposobu wykorzystania wyników symulacji w wyborze projektów inwestycyjnych. Drugim zagadnieniem, które poddano analizie, jest kwestia założeń przyjmowanych w symulacji i ocena ich wpływu na wyniki.

**Słowa kluczowe:** inwestycje rzeczowe, analiza ryzyka, symulacja Monte Carlo

### Wprowadzenie

Niepewność i ryzyko działalności gospodarczej objawiają się w formie ryzyka specyficznego. Jest to zagadnienie badane przez teoretyków. Jak pokazują badania rynku kapitałowego, ryzyko specyficzne stanowi od 60,0 do 80,0% ryzyka całkowitego firmy<sup>1</sup>. W Polsce W. Tarczyński szacował, że wielkość ryzyka specyficznego w 2001 r. wynosiła 78,0% ryzyka całkowitego. Jest to również istotna kwestia dla

---

\* Adres e-mail: t.wisniewski@wneiz.pl.

<sup>1</sup> Por. W. Tarczyński, *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*, PWE, Warszawa 2002, s. 164.

praktyki gospodarczej. Pomimo istotności zagadnienia ryzyka specyficznego stopień zastosowania metod analizy tego ryzyka w praktyce jest niepokojąco niski.

Całkowite ryzyko projektu inwestycyjnego jest dzielone na dwa rozłączne rodzaje ryzyka i traktowane w różny sposób w procedurze oceny efektywności. Po pierwsze, szacowane jest ryzyko rynkowe i uwzględniane jest ono w koszcie kapitału używanym do dyskontowania wolnych przepływów pieniężnych w miarach dyskontowych używanych do oceny efektywności. Narzędzia służące do tego to przede wszystkim model wyceny aktywów kapitałowych (CAPM) i średnioważony koszt kapitału (WACC). Po drugie, ryzyko specyficzne firmy powinno stanowić rozszerzenie oceny efektywności. O ile kwestia ustalenia właściwej wysokości kosztu kapitału jest przedmiotem wielu rozważań teoretycznych i badań, a także zagadnienie to jest zazwyczaj prawidłowo rozwiązywane przez praktyków, to kwestia analizy ryzyka specyficznego projektu inwestycyjnego jest zwykle pomijana lub, w najlepszym wypadku, rozstrzygana jest w formie analizy opisowej lub analizy porównawczej niezawierającej sformalizowanych rozwiązań matematycznych.

Niniejszy artykuł poświęcony jest wykorzystaniu metody symulacyjnej nazywanej metodą Monte Carlo do analizy ryzyka specyficznego związanego z realizacją projektu inwestycyjnego. Rozwiązanie takie zaproponowano już w latach 60. ubiegłego wieku, jednak pomimo istotnych zalet i rozwoju narzędzi informatycznych jest ono w dalszym ciągu bardzo rzadko wykorzystywane przez praktyków. Szczególny nacisk położono na interpretację wyników uzyskanych w symulacji Monte Carlo i analizę założeń tej metody.

## 1. Metody rozszerzające analizę ryzyka projektu inwestycyjnego

Metody analizy ryzyka specyficznego są stosunkowo dobrze opracowane od strony teoretycznej, również w polskiej literaturze przedmiotu. Najczęściej wymieniane metody oceny ryzyka specyficznego to<sup>2</sup>:

---

<sup>2</sup> Wybrane prace przedstawiające metody analizy ryzyka specyficznego w polskiej literaturze przedmiotu to: E. Ostrowska, *Ryzyko projektów inwestycyjnych*, PWE, Warszawa 2002, rozdz. 6, 7 i 8; *Budżetowanie kapitałów*, red. W. Pluta, PWE, Warszawa 2000, rozdz. 4; T. Jajuga, T. Słoński, *Długoterminowe decyzje inwestycyjne i finansowe*, Wyd. AE we Wrocławiu, Wrocław 1998, s. 175–194; W. Rogowski, *Rachunek efektywności przedsięwzięć inwestycyjnych*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2004, s. 193–229.

- analiza wrażliwości,
- analiza scenariuszy,
- analiza drzew decyzyjnych,
- symulacja Monte Carlo.

Powyższa kolejność wyszczególnienia metod pokazuje rosnącą ich komplikację. Analiza wrażliwości jest stosunkowo najprostszą metodą analizy ryzyka specyficznego, polegającą na badaniu wpływu jednego bądź dwóch czynników na analizowaną wartość np. na miarę NPV projektu inwestycyjnego – przy zachowaniu stałego poziomu pozostałych zmiennych w wybranym scenariuszu. Analiza scenariuszy pokazuje zachowanie badanej zmiennej pod wpływem zmian wielu parametrów wejściowych równocześnie. Jeżeli analiza scenariuszy zostanie rozbudowana o prawdopodobieństwa zajścia poszczególnych scenariuszy, możliwe stanie się wykorzystanie metod probabilistyczno-statystycznych. W szczególności otrzymać można dzięki temu podejściu wartość oczekiwaną badanej zmiennej ważoną prawdopodobieństwami zajścia poszczególnych scenariuszy. W tworzeniu wartości oczekiwanej biorą zatem udział wszystkie scenariusze. Niestety, prawdopodobieństwo zajścia poszczególnych scenariuszy jest zazwyczaj wyznaczane subiektywnie. Łącząc poszczególne scenariusze i niepewne stany natury (otoczenia) w formę hierarchicznego drzewa, uzyskuje się możliwość tworzenia bardziej złożonych zestawów scenariuszy wzajemnie ze sobą powiązanych. Umożliwia to tworzenie dynamicznego obrazu działalności przedsiębiorstwa związanego z realizacją projektu inwestycyjnego. Dodając do każdej gałęzi drzewa decyzyjnego szacunek prawdopodobieństwa zajścia stanów natury z tej gałęzi, łączy się strukturę zdarzeń, reakcję firmy (w formie wycinkowych scenariuszy) i prawdopodobieństwo, uzyskując możliwość wyznaczenia wartości oczekiwanej takiego zbioru scenariuszy i zdarzeń. W końcu metoda Monte Carlo jest dalszym rozwinięciem koncepcji uszczegóławiania analizy ryzyka i polega na wygenerowaniu bardzo dużej liczby dopuszczalnych scenariuszy i przedstawieniu wyników w formie analizy rozkładu statystycznego poszukiwanej zmiennej wyjściowej.

Według badań praktyki budżetowania kapitału w Polsce<sup>3</sup> przeprowadzonych przez autora wśród 500 największych firm w 2003 r. metody analizy ryzyka bazujące

<sup>3</sup> Por. T. Wiśniewski, *Budżetowanie kapitału w polskich firmach – wyniki badań praktyki w województwie zachodniopomorskim*, w: *Budżetowanie działalności jednostek gospodarczych – teoria i praktyka*, cz. V, red. W. Krawczyk, Wyd. AGH, Kraków 2004, s. 280–290.

na symulacjach Monte Carlo i analizie prawdopodobieństw nie były w ogóle wykorzystywane przez żadną z firm zwracających ankiety (stopa zwrotu ankiet 8,9% z 447 wysłanych). Wśród największych firm województwa zachodniopomorskiego natomiast tylko 6,4% zadeklarowało się, że stosuje metody symulacyjne (Monte Carlo) do analizy ryzyka (stopa zwrotu ankiet 27,0% z 222 wysłanych). W porównaniu do użycia metod symulacyjnych w krajach o rozwiniętej gospodarce rynkowej wykorzystanie tych metod jest niewielkie, chociaż i tam stopień zastosowania w praktyce metod symulacyjnych jest stosunkowo niski: w Wielkiej Brytanii ok. 31,0% stosuje metodę Monte Carlo do analizy ryzyka (badania G.C. Arnolda i P.D. Hatzopoulou z 1997 r.<sup>4</sup>), natomiast w USA 37,2% badanych firm stosuje tę metodę (badania P.A. Ryan i G.P. Ryan z 2001 r.<sup>5</sup>). Powyższe wyniki obrazują stosunkowo małą popularność stosowania prezentowanej metody symulacji Monte Carlo w praktyce.

Podobnie niskie jest zastosowanie pozostałych metod analizy ryzyka specyficznego. Nawet tak prosta metoda jak analiza wrażliwości stosowana była tylko przez 55,9% największych firm w Polsce i 31,9% firm w województwie zachodniopomorskim, natomiast analiza scenariuszy stosowana była tylko przez 32,4% firm w Polsce i 21,3% w województwie zachodniopomorskim.

## 2. Rozwój metody Monte Carlo w zastosowaniach ekonomicznych

Metoda Monte Carlo znana była wcześniej jako próbkowanie statystyczne. Dopiero rozwój technologii komputerowej spowodował wzrost zainteresowania nią wśród teoretyków i praktyków. Pierwsze praktyczne wykorzystanie metody Monte Carlo przypisuje się zespołowi pracującemu w Los Alamos nad fuzją jądrową w latach 40. ubiegłego wieku. Połączenie koncepcji próbkowania statystycznego i możliwości obliczeniowych konstruowanego w tym czasie pierwszego amerykańskiego komputera ENIAC pozwoliły na praktyczne zastosowanie metody Monte Carlo.

---

<sup>4</sup> Por. G.C. Arnold, P.D. Hatzopoulou, *The Theory-Practice Gap in Capital Budgeting. Evidence from the United Kingdom*, „Journal of Business Finance & Accounting” 2000, Vol. 27(5–6), s. 603–626.

<sup>5</sup> Por. P.A. Ryan, G.P. Ryan, *Capital Budgeting Practices of the Fortune 1000: How Have Things Changed?*, „Journal of Business and Management” 2002, Vol. 8(4).

Nazwiska, jakie wiążą się z początkiem tej metody, to N.C. Metropolis, E. Fermi, J. von Neumann i S.M. Ulam<sup>6</sup>.

Metoda Monte Carlo była proponowana w obszarze zarządzania finansami do analizy ryzyka specyficznego projektu już w latach 60. ubiegłego wieku<sup>7</sup>. Z uwagi na coraz większy postęp w dziedzinie technologii informatycznej podejście to stało się coraz bardziej popularne, jednak nawet dzisiaj jego wykorzystanie w praktyce gospodarczej jest bardzo niskie<sup>8</sup>.

Pierwsze użycie metody Monte Carlo do wyceny opcji przypisuje się Ph. Boyle'owi, który w połowie lat 70. używał jej do weryfikacji analitycznych rozwiązań przygotowywanych przez jego doktoranta E. Schwartza. Jak się później okazało, metoda weryfikacji analitycznych wzorów wyceny opcji jest pełnoprawną metodą wyceny opcji<sup>9</sup>, której znaczenie rośnie wraz z ewolucją analitycznych metod opisu zmienności instrumentu bazowego, zwiększeniem skomplikowania konstrukcji instrumentów pochodnych i rozwojem technologii komputerowej.

---

<sup>6</sup> Por. N. Metropolis, *The Beginning of the Monte Carlo Method*, „Los Alamos Science” 1987, special issue, No. 15, s. 125–130. W tym artykule Metropolis opisuje historię zainteresowania zespołu fizyków i matematyków z Projektu Manhattan metodą próbkowania statystycznego. Dużą rolę w tym procesie odegrał polski matematyk S. Ulam, który nie tylko zasugerował na spotkaniu z von Neumannem możliwość użycia ENIACa do próbkowania statystycznego, ale także jego opowieści o wujku pożyczającym pieniądze od całej rodziny na hazardowe eskapady do Monte Carlo przekonały zespół do używania nowej nazwy metody. Pierwsze praktyczne użycie metody Monte Carlo przypisuje się E. Fermiemu, który prowadził swoje wyliczenia zachowania neutronów przy pomocy mechanicznego kalkulatora już ok. 1930 r. Rozwój metody we współczesnym znaczeniu przypisuje się natomiast N. Metropolisowi i S. Ulamowi, którzy łącznie z A. Turkevichem przeprowadzili pierwsze symulacje Monte Carlo na ENIACu w 1948 r.

<sup>7</sup> Por. D.B. Hertz, *Risk Analysis in Capital Investment*, „Harvard Business Review” 1964, No. 42, s. 95–106. Jak wynika z artykułu, metoda Monte Carlo została po raz pierwszy zastosowana do analizy ryzyka specyficznego projektów inwestycyjnych w przemyśle chemicznym przez firmę McKinsey & Company, Inc. właśnie na początku lat 60. ubiegłego wieku, a jedną z pierwszych powszechnie cytowanych w tamtym czasie publikacji na ten temat był artykuł S.W. Hess, H.A. Quigley, *Analysis of Risk in Investments Using Monte Carlo Techniques*, „Chemical Engineering Symposium Series” 42: Statistics and Numerical Methods in Chemical Engineering. American Institute of Chemical Engineering, New York 1963, s. 55.

<sup>8</sup> Por. wyniki badań ankietowych przedstawione powyżej.

<sup>9</sup> Por. P. Boyle, *Options: A Monte Carlo Approach*, „Journal of Financial Economics” 1977, No. 4, s. 323–338.

### 3. Koncepcja analizy ryzyka specyficznego projektu inwestycyjnego metodą Monte Carlo

Koncepcja wykorzystania symulacji Monte Carlo do analizy ryzyka specyficznego projektu opiera się na zdefiniowaniu wybranych zmiennych wejściowych w modelu służącym do wyliczenia miar efektywności (np. NPV) jako zmiennych losowych o znanym rozkładzie i znanych parametrach tego rozkładu (por. rysunek 1). Znając rozkład prawdopodobieństwa i jego parametry, można wygenerować losowo wartości tak, aby zestaw zmiennych wejściowych tworzył jeden dopuszczalny scenariusz rozwoju modelowanej sytuacji. Jeżeli czynność takiego losowania scenariusza rozwoju sytuacji przeprowadzona zostanie wielokrotnie, wygenerowany zostanie zbiór wyników (np. zbiór wartości NPV) o identycznych prawdopodobieństwach – każdy wylosowany scenariusz będzie miał identyczne prawdopodobieństwo zajścia i każda odpowiadająca takiemu scenariuszowi wartość NPV będzie równie prawdopodobna. Analizując rozkład prawdopodobieństwa wynikający z otrzymanych rezultatów, można przeprowadzić szczegółową analizę parametrów tego rozkładu i wyliczyć prawdopodobieństwa związane z realizacją interesujących z analitycznego punktu widzenia sytuacji, np. prawdopodobieństwo tego, że projekt będzie nieefektywny – czyli, że  $NPV < 0$ . Szczegółowe analizy otrzymanych rozkładów zmiennych wyjściowych dają odpowiedź na szereg pytań związanych z ryzykiem realizacji projektu.

Aby symulacja Monte Carlo była wiarygodna, należy przeprowadzić odpowiednio dużą liczbę powtórzeń (iteracji) modelu. Dokładność symulacji może być zwiększana różnymi technikami zmniejszającymi wariancję otrzymywanych rezultatów lub poprzez zwykłe zwiększenie liczby przebiegów symulacyjnych. Zwiększenie liczby przebiegów symulacyjnych jest jednak kosztowne, gdyż wartość błędu standardowego zmniejsza się z pierwiastkiem liczby przebiegów według wzoru<sup>10</sup>:

$$Es = \frac{s}{\sqrt{M}},$$

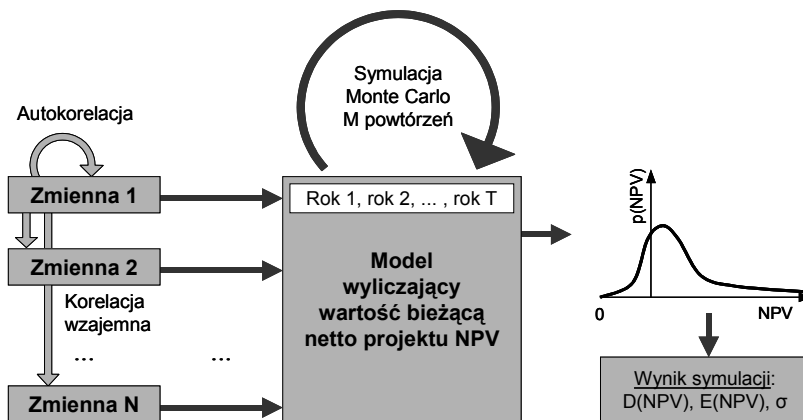
---

<sup>10</sup> Por. L. Trigeorgis, *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press 1996, s. 310.

gdzie:

- $E_s$  – błąd standardowy wartości oczekiwanej zmiennej wynikowej wyliczonej metodą Monte Carlo,
- $s$  – odchylenie standardowe wartości zmiennej wynikowej otrzymanych w poszczególnych przebiegach symulacyjnych,
- $M$  – liczba przebiegów symulacyjnych.

Rysunek 1. Koncepcja wykorzystania metody Monte Carlo do analizy ryzyka projektu



Źródło: opracowanie własne.

Zmienne wejściowe modelu wyliczającego NPV obciążone niepewnością można pogrupować w trzy główne kategorie:

- a) zmienne rynkowe (np. ceny, wielkość rynku, udział w rynku, szybkość wzrostu rynku);
- b) nakłady inwestycyjne (koszty zakupów i usług inwestycyjnych oraz koszty związane z uruchomieniem inwestycji, wartość końcowa realizowanej inwestycji; ważnymi zmiennymi są również zmienne czasowe, np. długość fazy budowy, czas życia projektu inwestycyjnego);
- c) koszty (koszty stałe i zmienne).

Jednym z głównych problemów związanych z zastosowaniem metody Monte Carlo jest określenie rozkładu zmiennych wejściowych i jego parametrów. Jeżeli dostępne są dane historyczne ukazujące kształtowanie się tych lub podobnych

zmiennych, to można posłużyć się analogią i zastosować rozkład i parametry ze zmiennych analogicznych. Jeżeli jednak dane ze zmiennych analogicznych nie są dostępne, należy posłużyć się subiektywnymi szacunkami wielkości tych zmiennych dokonanych przez menedżerów. Przykładowo, jeżeli kadra kierownicza jest w stanie podać trzy parametry – wartość najbardziej prawdopodobną, wartość minimalną i maksymalną danej zmiennej – to można dostosować do tych parametrów rozkład trójkątny. W przypadku dwóch parametrów opisujących rozkład – wartości maksymalnej i minimalnej – można przyjąć rozkład równomierny. Jeżeli istnieje możliwość ustalenia dwóch lub kilku poziomów zmiennej wejściowej i odpowiadających im prawdopodobieństw, można zastosować rozkład punktowy.

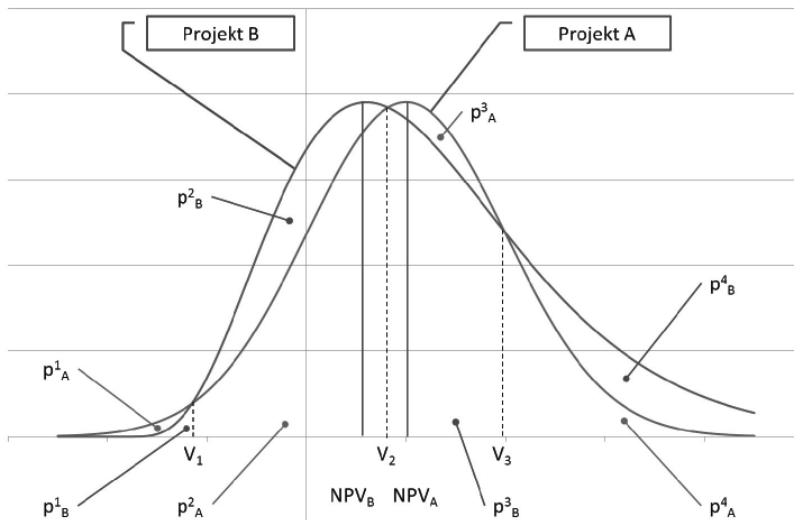
Drugą trudnością związaną ze zmiennymi wejściowymi jest określenie związków pomiędzy losowanymi parametrami wejściowymi. Przykładowo, zwiększanie rynku powoduje odpowiednie zachowania cen na tym rynku. Związki tego typu opisywane są przez różne prawa ekonomiczne, które zazwyczaj nie można przedstawić w formie prostych związków funkcyjnych. Modelowanie takich związków jest bardzo skomplikowane i przeważnie przyjmuje się w tym przypadku proste współczynniki korelacji, a w przypadku realizacji jednej zmiennej w czasie – współczynniki autokorelacji jako wystarczające do opisu tych związków (por. rysunek 1).

#### **4. Analiza wykorzystania wyników symulacji Monte Carlo w wyborze projektu inwestycyjnego**

Wybór projektu inwestycyjnego na bazie analizy opłacalności inwestycji rozszerzonej o analizę ryzyka metodą symulacji Monte Carlo jest bardziej złożony niż wybór na bazie miar dyskontowych mających z samej swojej natury charakter miar punktowych (pojedyncza liczba opisuje złożoną kwestię przyszłej efektywności planowanych działań). Złożoność sytuacji decyzyjnej wyboru projektu z rozszerzoną informacją oddaje rysunek 2. Na tym rysunku analizie poddano wartość NPV projektów, chociaż analiza taka mogłaby odnosić się do stóp zwrotu (np. IRR lub PI) albo innych parametrów określających efektywność projektów inwestycyjnych. Oczywiście, analiza NPV jest o tyle lepsza, że pozwala śledzić wartość nadwyżki w powiązaniu z modelowanym prawdopodobieństwem jej wystąpienia.



Rysunek 2. Porównanie wyników symulacji Monte Carlo dwóch projektów



Źródło: opracowanie własne.

Jak widać na rysunku 2,  $NPV_A$  jest zdecydowanie wyższe niż  $NPV_B$ . Zgodnie z klasyczną regułą wyboru projektów inwestycyjnych, o ile są one niezależne, to należałoby wybrać do realizacji projekt A. Tu zresztą pojawia się dodatkowy problem, który w tym przypadku nie ma znaczenia, ale teoretycznie mógłby być istotny. Pytanie, które należy zadać, dotyczy rodzaju prognozowanego scenariusza służącego do wyliczenia NPV. Tak jak widać to na rysunku, przyjęto, że do obliczeń zastosowano scenariusz najbardziej prawdopodobny (dominanta rozkładu). W praktyce taki właśnie scenariusz jest najczęściej prognozowany, chociaż przy asymetryczności rozkładów prawdopodobieństwa zajścia poszczególnych scenariuszy (taka sytuacja zachodzi w wypadku projektu B) lepszy byłby scenariusz średni o wartości  $NPV_B^{sr}$ . Rozpatrując jednak rozkład prognozowanego prawdopodobieństwa zajścia różnych scenariuszy rozwoju sytuacji uzyskanych metodą symulacyjną Monte Carlo, widać, że decyzja ta nie jest tak jednoznaczna. Co prawda najbardziej prawdopodobne scenariusze wskazują na projekt A jako lepszy, ale już scenariusze średnie odwracają ten wybór. Jednak nawet jeżeli tak by się nie stało, to ważniejsze w takiej analizie są końce przedziałów.

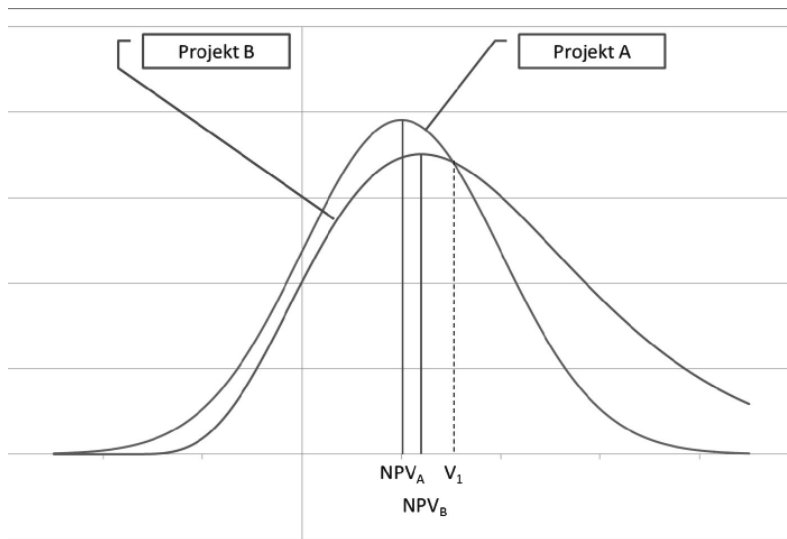
Analiza punktów przecięcia wykresów prawdopodobieństwa wskazuje, że w zakresie od  $-\infty$  do  $V_1$  prawdopodobieństwo wystąpienia takich wartości jest wyższe w projekcie A niż w projekcie B (prawdopodobieństwo dla całego przedziału jest równoznaczne z polem powierzchni pod krzywą rozkładu prawdopodobieństwa określonego w tym przedziale, czyli  $p_A^1 > p_B^1$ ). W przedziale  $[V_1, V_2]$  wyższe jest prawdopodobieństwo wystąpienia projektu B ( $p_A^2 < p_B^2$ ). W kolejnym przedziale  $[V_2, V_3]$ , wyższe jest prawdopodobieństwo wystąpienia projektu A ( $p_A^3 > p_B^3$ ), a w ostatnim przedziale od  $V_3$  do  $+\infty$ , projektu B ( $p_A^4 < p_B^4$ ). Z tej analizy przebiegu funkcji prawdopodobieństwa realizacji wartości NPV obydwu projektów wynika, że projekt A ma większe prawdopodobieństwo zajęcia wyższych wartości (w przedziale  $[V_2, V_3]$ ) ale też mniejsze prawdopodobieństwo realizacji wartości ekstremalnie wysokich oraz mniejsze prawdopodobieństwo zajęcia wartości ekstremalnie niskich, w tym ujemnych. Projekt B z kolei jest trochę bardziej bezpieczny, gdyż prawdopodobieństwo realizacji wartości mniejszych od  $V_1$ , a także od zera jest niższe niż projektu A. Wyższe jest prawdopodobieństwo realizacji wartości w przedziale  $[V_1, V_2]$ , niższe w  $[V_2, V_3]$ , ale z kolei wyższe jest prawdopodobieństwo uzyskania wartości ekstremalnie wysokich w przedziale od  $[V_3, +\infty)$ . Decyzja o realizacji tych projektów nie jest tak jednoznaczna jak w przypadku analizy wartości miary punktowej i jest zależna od indywidualnego postrzegania ryzyka przez kadrę zarządzającą. Osoby unikające ryzyka wybiorą zapewne projekt A, a osoby o większej skłonności do ryzyka wybiorą zapewne projekt B. Każda z osób będzie miała problem z określeniem, czy ważniejsze są szanse na wyższą wartość NPV, czy też zagrożenie realizacji nieefektywnego projektu (czyli  $NPV < 0$ ).

Powyższa sytuacja nie jest jednoznaczna i nie do końca ułatwia podjęcie decyzji. Na pewno zwiększa ilość informacji dostępnych do podjęcia decyzji i przez to sama decyzja może być bardziej świadoma. Jeżeli jednak różnice w wartościach  $NPV_A$  i  $NPV_B$  byłyby mniejsze niż w tym przykładzie (por. rysunek 3), to wyraźnie widać zmniejszenie przedziału  $[V_2, V_3]$  aż do jego całkowitego zniknięcia i dominację projektu B nad A.

Sytuacja odzwierciedlona na rysunku 3 wskazuje wyraźnie, że zwłaszcza przy niewielkich różnicach w NPV pomiędzy niezależnymi projektami należy pogłębić analizę o zaprezentowaną w artykule analizę ryzyka za pomocą symulacji Monte Carlo, gdyż racjonalne porównanie wariantów wskazuje na możliwość racjonalnego

podjęcia innej decyzji, niż ma to miejsce w przypadku oceny na bazie prostej miary NPV.

Rysunek 3. Porównanie wyników symulacji Monte Carlo dwóch projektów przy niewielkich różnicach wartości NPV



Źródło: opracowanie własne.

## 5. Analiza założeń symulacji Monte Carlo jako metody analizy ryzyka projektu inwestycyjnego

Drugą interesującą kwestią w przypadku posługiwania się symulacją Monte Carlo jest analiza założeń metody i ewentualnych różnic otrzymanych wyników w stosunku do rzeczywistości gospodarczej. Tak jak w każdym podejściu modelowym w symulacji Monte Carlo przyjmujemy pewne założenia, które często nie są do końca widoczne w procedurze obliczeniowej. Niektóre z tych założeń to:

- znajomość przyszłych rozkładów zmiennych losowych,
- znajomość autokorelacji zmiennych losowych,

- znajomość korelacji zmiennych losowych,
- równomierny charakter zmienności.

Założenie o znajomość przyszłych rozkładów zmiennych losowych stawia przed analizą fundamentalne pytanie o to, czy zachodzi analogia pomiędzy parametrami ekonomiczno-finansowymi opisującymi przyszłość inwestycji i rynku a obserwowanymi wartościami historycznymi tych parametrów. Czy wielkość rynków, udział w rynku, ceny, koszty i inne parametry będą miały takie same rozkłady prawdopodobieństw przyszłych wartości, co ich wartości obserwowane do tej pory? O ile te wartości w ogóle były obserwowane, a ich wartości notowane. Pytanie o to, jak dobra jest analogia pomiędzy przeszłością a przyszłością, jest tu fundamentalne, a prognozowane wartości w wypadku braku takiej analogii należy korygować w sposób ekspercki. To oczywiście niesie z sobą ryzyko błędów prognoz i ocen ekspertów, jednak pozostawienie danych historycznych jest – przy braku ciągłości – również niebezpieczne. Wydaje się, że lepsze jest podejście eksperckie, gdyż umożliwia ono uwzględnienie zmian w strukturze i naturze zjawisk kształtujących parametry ekonomiczno-finansowe, takich jak chociażby wpływ rozwoju technologii, starzenie się moralne technologii i wywołane tym zmiany poziomu cen i kosztów. Trzeba jednak być świadomym błędów, które mogą się z tym wiązać.

Zmienne opisujące pewne zjawiska w czasie – np. ceny, wielkość sprzedaży, poszczególne pozycje kosztów – są ze sobą skorelowane w czasie. Symulacja Monte Carlo w opisywanej postaci jest zatem pewnym uproszczeniem rzeczywistości. Lepsze w tym miejscu byłoby zastosowanie modeli trendu pewnych wielkości, jednak zastosowanie modeli trendu wprowadzałoby kolejną komplikację do metody i zamieniało ryzyko modelu związane z autokorelacją wybranych zmiennych na ryzyko modelu prognostycznego trendów tych zmiennych. Jak wiadomo z praktyki, modele te są dobre w przypadku stabilnej sytuacji gospodarczej, natomiast w dynamicznie zmieniającym się otoczeniu, przy zmianie struktury i natury zjawisk w wyniku rozwoju technologicznego i globalizacji rynków ich jakość predykcji drastycznie spada. Lepszym rozwiązaniem jest znowu oparcie się na predykcji eksperckiej ciągów czasowych danej zmiennej i rozszerzenie jej o jej autokorelację w czasie. Trzeba jednak pamiętać, że i w tym przypadku pojawia się fundamentalne pytanie o analogię pomiędzy przeszłością, na bazie której szacujemy autokorelację, a przyszłością.

Korelacja zmiennych losowych występująca w modelu opisującym projekt inwestycyjny zastępuje wzajemne związki pomiędzy zmiennymi ekonomicznymi,

które w normalnym planowaniu finansowym w przedsiębiorstwie są uwzględniane przez samych planistów. Przykładowo, znaczne odchylenie wielkości sprzedaży wiąże się z reakcją ceny analizowanego produktu, tak więc scenariusz opisujący odchylenie w wielkości sprzedaży (np. scenariusz optymistyczny) uwzględnia nie tylko inną sprzedaż (np. wyższą sprzedaż), ale także inną cenę (np. niższą cenę). Ponadto, inne parametry modelu też powinny być powiązane z przyjętym scenariuszem (np. skoro scenariusz jest optymistyczny, a koniunktura dobra, to pewne koszty będą jednostkowo niższe niż w scenariuszu bazowym). W modelu podlegającym symulacji Monte Carlo takie oczywiste związki ekonomiczne pomiędzy zmiennymi nie są odwzorowane w samym modelu i trzeba je dodatkowo zdefiniować w formie korelacji między zmiennymi. Zachodzi tutaj również fundamentalny problem ciągłości zjawisk i opisujących ją parametrów. Pomimo że korelację pomiędzy zmiennymi możemy badać dla przeszłych okresów, to należy zawsze zastanowić się, czy ten sam związek będzie zachodził w przyszłości, i odpowiednio skorygować wartości korelacji użytych w modelu.

Idealnym rozwiązaniem w przypadku korelacji między różnymi zmiennymi byłaby zamiana współczynników korelacji przez wielowymiarowe rozkłady prawdopodobieństwa – tzw. funkcje kopuł, jednak ich oszacowanie byłoby niezwykle skomplikowane i co więcej – nie rozwiązywałoby problemu analogii pomiędzy przeszłością a przyszłością.

Założenie o równomiernym charakterze zmienności jest w zasadzie kwestią dosyć filozoficzną. Pytanie, które należy postawić, prognozując przyszłość, to pytanie o to, czy wszystkie przyszłe stany gospodarki lub scenariusze rozwoju są równie prawdopodobne, czy też ze względu na strukturę gospodarki i naturę procesów rozwój podąża z większym prawdopodobieństwem do kilku wyróżnionych stanów gospodarki w przyszłości. Wybór pomiędzy tymi stanami jest przy tym dyskretny i mogą go powodować zjawiska o charakterze incydentalnym. Jest to pytanie o naturę przyszłości – czy jest ona ciągła, czy też dyskretna. Symulacja Monte Carlo zakłada, że natura przyszłości jest ciągła – występuje jedna dominanta rozkładu zmiennych opisujących przyszłość i zasadniczo przewidywalny rozkład wartości. Wiele zjawisk w praktyce wskazuje jednak, że w rozwoju są pewne punkty zwrotne i dyskretnie zjawiska ekonomiczne lub polityczne mogą zmienić kierunek rozwoju gospodarki. Zanim zatem te dyskretnie zjawiska nastąpią, mamy do czynienia z rozkładem dwu- lub wielomodalnym, gdzie poszczególne dominanty pokazują punkt

skupienia w przypadku zajścia zjawisk o charakterze dyskretnym. W takim przypadku prognozowanie jest obciążone jeszcze większymi błędami modelu wynikającymi z założeń o jednomodalności rozkładów. Oczywiście, można w dosyć prosty sposób zamienić rozkłady jednomodalne zmiennych wejściowych używanych w symulacji Monte Carlo rozkładami wielomodalnymi, jednak przy akceptacji takiej wizji przyszłości należałoby raczej posłużyć się symulacją Monte Carlo drzew decyzyjnych z węzłami losowymi (i być może decyzyjnymi) zamiast wynikającymi z nich rozkładami wielomodalnymi. To z kolei powodowałoby dalszą komplikację modelu i wpłynęłoby prawdopodobnie na ograniczone zaufanie praktyków do tak uzyskanych wyników.

Podsumowując, należy stwierdzić, że wykorzystując narzędzia symulacyjne, trzeba być świadomym pewnych założeń przyjmowanych w tym rozwiązaniu i interpretować uzyskane wyniki w sposób krytyczny. W szczególności wyniki uzyskane na końcach rozkładów należałoby przeanalizować pod kątem ewentualnych reakcji zarówno swoich, jak i całego otoczenia. Ekstremalne zmiany parametrów w otoczeniu wywołałyby z pewnością takie reakcje, które zmieniłyby uzyskane rozkłady na rozkłady wielomodalne wynikające z podjęcia niestandardowych działań w reakcji na duże odchylenia – zarówno dodatnie, jak i ujemne. Analiza tych reakcji nie powinna być prowadzona w tym samym modelu finansowym, który służył do symulacji Monte Carlo – należy raczej przeprowadzić analizę możliwych reakcji własnych i otoczenia za pomocą nietypowego scenariusza osobno prognozowanego przez analityków z bardzo dokładną analizą konsekwencji ekonomiczno-finansowych takiej nietypowej sytuacji. To zadanie może wiarygodnie przeprowadzić tylko analityk, a nie ogólny model finansowy przedsięwzięcia.

## **Podsumowanie**

Metoda symulacyjna Monte Carlo jest bardzo interesującą alternatywą dla powszechnie stosowanego w praktyce analizowania ryzyka specyficznego projektu inwestycyjnego za pomocą mniej lub bardziej formalnego opisu sytuacji i czynników na nią wpływających. Dzięki tej sformalizowanej i zmatematyzowanej metodzie możliwe jest rozszerzenie wiedzy osób podejmujących decyzje inwestycyjne w przedsiębiorstwie o szereg dodatkowych parametrów opisujących ryzyko specyficzne związane z ocenianym projektem. Pomimo pewnych trudności

w definiowaniu wielkości parametrów wejściowych do symulacji możliwe są proste i praktyczne rozwiązania pozwalające wprowadzić do symulacji sądy menedżerów dotyczące zmienności (ryzyka) parametrów wejściowych. Uzyskane wyniki stanowią natomiast pomoc w ocenie możliwych efektów realizacji projektu, które nie są widoczne przy posługiwaniu się w analizie tylko jednym scenariuszem rozwoju sytuacji. Zastosowanie tej metody uwarunkowane jest także wiedzą i wykorzystaniem zaawansowanych narzędzi informatycznych. Należy również zwrócić uwagę na założenia tej metody, które wpływają na interpretację uzyskanych wyników – dotyczy to zwłaszcza tzw. ogonów rozkładów, które mogą w wynikach symulacji różnić się znacząco od wyników osiągniętych w rzeczywistości.

## Literatura

- Arnold G.C., Hatzopoulos P.D., *The Theory-Practice Gap in Capital Budgeting. Evidence from the United Kingdom*, „Journal of Business Finance & Accounting” 2000, Vol. 27(5–6).
- Boyle P., *Options: A Monte Carlo Approach*, „Journal of Financial Economics” 1977, No. 4.
- Budżetowanie kapitałów*, red. W. Pluta, PWE, Warszawa 2000.
- Copeland T., Antikarov V., *Real Options: A Practitioner’s Guide*, Texere, New York–London 2001.
- Hertz D.B., *Risk Analysis in Capital Investment*, „Harvard Business Review” 1964, No. 42.
- Jajuga T., Słoński T., *Długoterminowe decyzje inwestycyjne i finansowe*, Wyd. AE we Wrocławiu, Wrocław 1998.
- Metropolis N., *The Beginning of the Monte Carlo Method*, „Los Alamos Science” 1987, special issue, No. 15.
- Ostrowska E., *Ryzyko projektów inwestycyjnych*, PWE, Warszawa 2002.
- Pike R., *A Longitudinal Survey on Capital Budgeting Practices*, „Journal of Business Finance and Accounting” 1996, Vol. 23, No. 1.
- Rogowski W., *Rachunek efektywności przedsięwzięć inwestycyjnych*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2004.
- Ryan P.A., Ryan G.P., *Capital Budgeting Practices of the Fortune 1000: How Have Things Changed?*, „Journal of Business and Management” 2002, Vol. 8, No. 4.
- Tarczyński W., *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*, PWE, Warszawa 2002.
- Trigeorgis L., *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press 1996.

Wiśniewski T., *Budżetowanie kapitału w polskich firmach – wyniki badań praktyki w województwie zachodniopomorskim*, w: *Budżetowanie działalności jednostek gospodarczych – teoria i praktyka*, cz. V, red. W. Krawczyk, Wyd. AGH, Kraków 2004.

## APPLICATION OF MONTE CARLO SIMULATION IN RISK ANALYSIS OF CAPITAL INVESTMENT PROJECTS

### Abstract

Phrase Monte Carlo method have been coined in Los Alamos during work on nuclear fusion. Monte Carlo method have been used in corporate finance from sixties. This method is especially appropriate for assessment of firm specific risk in investment appraisal. The aim of the paper is to analyze the Monte Carlo simulation in risk analysis of capital investment projects. The main focus is on pattern of usage of the outcomes from the simulation and on the assumptions which are base for the simulation.

**Keywords:** capital budgeting, capital expenditure, risk management

**JEL Codes:** G31, G32

*Translated by Tomasz Wiśniewski*