

**Barbara Batóg**  
**Iwona Foryś**

## **PROGNOZOWANIE ZUŻYCIA CIEPŁEJ I ZIMNEJ WODY W SPÓŁDZIELCZYCH ZASOBACH MIESZKANIOWYCH**

### **Wstęp**

Koszty dostarczenia wody do przeciętnego gospodarstwa domowego waha-  
ją się w granicach 9–12% ogólnych kosztów eksploatacyjnych mieszkania w bu-  
downictwie wielorodzinnym. Z dostarczeniem wody do mieszkania związane jest  
również odprowadzenie ścieków. Udział kosztów tej usługi w kosztach utrzymania  
mieszkania wzrósł w ostatnim dziesięcioleciu trzykrotnie z poziomu przeciętnie 3%  
do blisko 12%. Koszty dostarczenia wody i odprowadzenia ścieków w wojewódz-  
twie zachodniopomorskim [1] to przeciętnie 9,5–16,2% kosztów utrzymania za-  
sobów mieszkaniowych w 2006 roku w zależności od form własności. W zasobach  
spółdzielczych stanowiły one 9,9% ogółu kosztów utrzymania zasobów miesz-  
kaniowych, przy czym rozrzut stawek miesięcznych za zimną wodę i odprowadze-  
nie ścieków w zasobach spółdzielczych w województwie zachodniopomorskim  
w 2006 roku wyniósł 2,78–74,0 zł/na osobę (średnio 38,10 zł/na osobę) oraz 1,78–  
7,37 m<sup>3</sup> zużytej zimnej wody (średnio 4,87 m<sup>3</sup>). Przeciętne wielkości zużycia wody  
przez gospodarstwo domowe są natomiast przyjmowane na poziomie 4,2–5,4m<sup>3</sup>

na miesiąc w przeliczeniu na jednego mieszkańca<sup>1</sup> i są zazwyczaj zawyżone w stosunku do rzeczywistego zużycia mierzonego za pomocą urządzeń pomiarowych.

Skoro udział wydatków gospodarstw domowych na pokrycie kosztów dostarczenia wody i odprowadzenia ścieków jest tak znaczny, należy się zastanowić, czy skłoniło to gospodarstwa domowe do oszczędności mierzonego zużyciem wody na mieszkanie lub osobę.

Wzrost cen dostarczanej wody do mieszkań, rosnący udział tych kosztów w budżetach gospodarstw domowych i konieczność pobierania przez zarządcę zaliczek na wodę powodują, że prognozowanie zużycia wody jest istotnym elementem zarządzania operacyjnego zasobem mieszkaniowym.

Celem badania jest określenie sezonowości zużycia wody i budowa prognoz dla tej zmiennej. Autorki zaproponują modele zużycia wody z podziałem na wodę zimną i ciepłą, zużycie ogółem oraz w przeliczeniu na jedną osobę w gospodarstwie domowym. Procedura ta pozwoli na prognozowanie zużycia wody w kolejnych okresach rozliczeniowych (kwartałach), a tym samym umożliwi zarządcy odpowiednie przyszłego zużycia określanie wysokości zaliczek na wodę dla lokali w analizowanych budynkach. Właściwie zaprognozowane zużycie wody, a tym samym właściwe ustalenie zaliczek w kolejnym okresie rozliczeniowym, zapewnia zgromadzenie przez spółdzielnię środków finansowych, które z dużym prawdopodobieństwem wystarcza na pokrycie kosztów zakupu wody u dostawcy.

Podjęta w artykule problematyka ma wymiar praktyczny, a wyniki mogą być wykorzystane w codziennej pracy zarządców nieruchomości mieszkaniowych.

## 1. Charakterystyka badanych budynków

W badaniu wykorzystano kwartalne dane dotyczące zużycia wody w sześciu budynkach wielorodzinnych Spółdzielni Mieszkaniowej w Stargardzie Szczecińskim, w tym w dwóch wysokich (12-kondygnacyjnych) i czterech niskich (4-kondygnacyjnych), dla których przyjęto oznaczenia zgodne z ich rzeczywistą numeracją: A9, B17, B19, B20, B24, B25. Są to budynki zlokalizowane na jednym, skoncentrowanym osiedlu spółdzielczym „Zachód”, o podobnej technologii wykonania,

---

<sup>1</sup> Zgodnie z Rozporządzeniem Ministra Infrastruktury z dnia 14.01.2002 r. w sprawie określenia przeciętnych norm zużycia wody, ustalonych w celu rozliczeń odbiorców w razie braku wodomierza głównego, tzw. ryczałt.

standardzie mieszkań, wieku i stanie technicznym oraz strukturze mieszkań i typie gospodarstw domowych.

Dane kwartalne obejmowały okres od pierwszego kwartału 2005 roku do czwartego kwartału 2007 roku (od momentu wykonania pełnego opomiarowania budynku i lokali mieszkalnych) oraz dodatkowo odczyty wodomierzy mieszkaniowych za pierwszy i drugi kwartał 2008 roku, które posłużyły do zweryfikowania trafności zbudowanych prognoz. W analizie wykorzystano następujące zmienne:

zwm – zużycie zimnej wody z odczytu wodomierzy mieszkaniowych ogółem ( $m^3$ ),

cwm – zużycie ciepłej wody z odczytu wodomierzy mieszkaniowych ogółem ( $m^3$ ),

wm – zużycie wody z odczytu wodomierzy mieszkaniowych ogółem ( $m^3$ ),

zwm1 – zużycie zimnej wody z odczytu wodomierzy mieszkaniowych na osobę ( $m^3$ ),

cwm1 – zużycie ciepłej wody z odczytu wodomierzy mieszkaniowych na osobę ( $m^3$ ),

wm1 – zużycie wody z odczytu wodomierzy mieszkaniowych na osobę ( $m^3$ ).

Dla analizowanych zmiennych i badanych obiektów wyznaczono podstawowe miary statystyczne dla wszystkich kwartałów łącznie, co jest dopuszczalne, gdyż analizowane zmienne nie są zależne od czasu. Wyniki zaprezentowano w tabeli 1.

W badanych latach przeciętne zużycie ciepłej wody wahało się w przedziale 2,42–3,12  $m^3$  na osobę na kwartał, natomiast zimnej wody – 4,03–4,60  $m^3$  na miesiąc w przeliczeniu na osobę. Zużycie zimnej wody było bardziej zróżnicowane niż ciepłej wody. W budynkach wysokich B24 i B25 wystąpiło najwyższe kwartalne zużycie wody zimnej na osobę oraz najniższe kwartalne zużycie wody ciepłej na osobę. W budynkach niskich zużycie wody analizowane z uwagi na poszczególne zmienne było bardzo zbliżone.

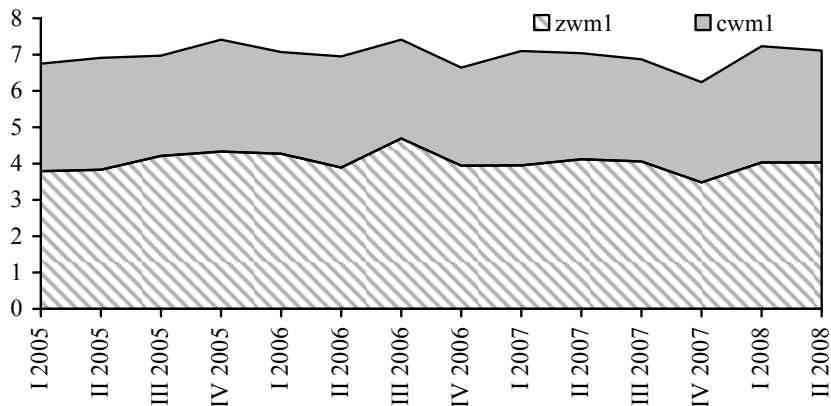
Analizując zużycie wody w czasie, można zauważyć większe zróżnicowanie w budynkach wysokich niż w niskich, co oczywiście wynika z liczby mieszkańców w tych budynkach. Na rysunku 1 pokazano przykładowe zużycie wody w przeliczeniu na jedną osobę w budynku niskim, natomiast na rysunku 2 – w budynku wysokim.

Tabela 1. Podstawowe statystyki opisowe analizowanych zmiennych

Obiekt	Statystyka	Zmienne					
		zwm	cwm	wm	zwml	cwml	wml
B17	$\bar{x}$	1 595,31	1 157,68	2 826,35	4,04	2,93	7,16
	<i>Me</i>	1 558,20	1 152,50	2 842,85	4,03	2,94	7,16
	<i>A(x)</i>	0,18	0,03	-0,63	0,37	0,02	-0,67
	<i>S(x)</i>	117,18	281,11	678,33	0,90	0,70	1,86
	<i>Min</i>	1 338,60	1 049,80	2 481,30	3,48	2,70	6,44
	<i>Max</i>	1 843,00	1 284,40	3 078,40	4,69	3,20	7,62
B19	$\bar{x}$	1635,61	1182,91	2889,94	4,21	3,04	7,44
	<i>Me</i>	1634,05	1195,30	2919,23	4,19	3,05	7,47
	<i>A(x)</i>	-0,90	0,03	-0,81	-0,59	-0,40	-0,37
	<i>S(x)</i>	94,12	69,93	148,79	0,22	0,15	0,36
	<i>Min</i>	1398,30	1077,10	2526,40	3,67	2,75	6,63
	<i>Max</i>	1773,50	1303,30	3119,30	4,59	3,24	8,01
B20	$\bar{x}$	1712,32	1225,29	2963,36	4,35	3,11	7,53
	<i>Me</i>	1721,20	1238,20	2969,20	4,42	3,12	7,60
	<i>A(x)</i>	-0,29	-0,34	-0,46	-0,83	0,00	-0,30
	<i>S(x)</i>	63,20	73,68	71,33	0,21	0,19	0,28
	<i>Min</i>	1572,80	1109,50	2817,80	3,87	2,79	7,01
	<i>Max</i>	1837,40	1328,90	3058,50	4,71	3,46	7,91
A9	$\bar{x}$	1486,54	1037,06	2676,06	4,20	2,93	7,57
	<i>Me</i>	1561,90	1020,20	2722,85	4,49	2,86	7,65
	<i>A(x)</i>	-1,55	1,42	-0,70	-1,50	1,15	-0,79
	<i>S(x)</i>	187,95	101,65	240,37	0,53	0,28	0,67
	<i>Min</i>	980,60	889,30	2119,80	2,82	2,48	6,09
	<i>Max</i>	1685,80	1311,50	3147,80	4,68	3,64	8,74
B24	$\bar{x}$	694,87	420,11	1156,38	4,37	2,64	7,27
	<i>Me</i>	694,60	421,85	1130,10	4,33	2,64	7,18
	<i>A(x)</i>	0,23	-0,05	0,74	0,19	-0,01	0,74
	<i>S(x)</i>	45,29	36,70	95,67	0,23	0,23	0,53
	<i>Min</i>	634,50	366,30	1012,90	4,02	2,30	6,41
	<i>Max</i>	783,40	476,50	1380,00	4,84	2,98	8,52
B25	$\bar{x}$	825,72	442,47	1276,90	4,60	2,47	7,12
	<i>Me</i>	834,95	467,70	1311,00	4,60	2,42	7,12
	<i>A(x)</i>	-0,33	-0,25	-0,38	-0,23	0,18	-0,20
	<i>S(x)</i>	79,73	47,43	126,10	0,30	0,21	0,49
	<i>Min</i>	675,50	367,60	1043,10	3,97	2,15	6,14
	<i>Max</i>	950,40	526,50	1491,90	5,11	2,83	8,02

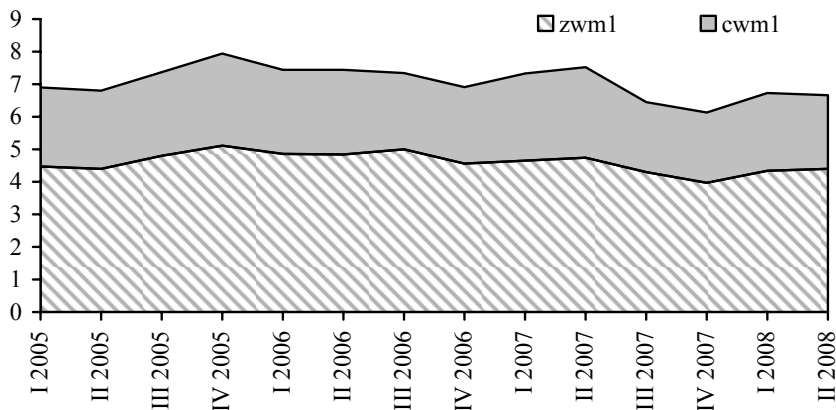
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych SM w Stargardzie Szczecińskim.

Rys. 1. Kwartalne zużycie ciepłej wody (cwm1) i zimnej wody (zwm1) w przeliczeniu na osobę dla obiektu B17 w latach 2005–2008 [m<sup>3</sup>]



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych SM w Stargardzie Szczecińskim.

Rys. 2. Kwartalne zużycie ciepłej wody (cwm1) i zimnej wody (zwm1) w przeliczeniu na osobę dla obiektu B25 w latach 2005–2008 [m<sup>3</sup>]



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych SM w Stargardzie Szczecińskim.

Każdy przypadek wyraźnego wzrostu lub spadku zużycia wody wymaga dokładnej analizy odczytu wskazań poszczególnych liczników. Różnice są bowiem często efektem niedokładności pomiaru przez osoby odczytujące wskazania licznika i samych urządzeń pomiarowych.

## 2. Prognoza zużycia wody w rozbiciu na ciepłą i zimną wodę

Do budowy prognoz zużycia zimnej i ciepłej wody w analizowanych budynkach wykorzystano klasyczne modele trendu i trendu z sezonowością oraz modele wyrównywania wykładniczego. Okazało się, że właściwą postacią analityczną dla modeli trendu była postać liniowa. Ze względu na niezbyt dużą liczbę obserwacji (dysponowano danymi kwartalnymi za 3 lata) rozpatrywano modele ze stałą sezonowością.

Okazało się, że 6 zmiennych spośród 36 rozpatrywanych (6 zmiennych dla 6 budynków) charakteryzowało się trendem liniowym bez sezonowości [2]:

$$Y_t = \delta_1 t + \delta_0 + U_t,$$

gdzie:

- $Y_t$  – zmienna prognozowana,
- $t$  – zmienna czasowa,
- $\delta_1, \delta_0$  – parametry trendu liniowego,
- $U_t$  – składnik losowy,

a 10 zmiennych charakteryzowało się trendem liniowym ze stałymi wahaniami sezonowymi:

$$Y_t = \delta_1 t + \delta_0 + \sum_{k=1}^m d_{0k} Q_{kt} + U_t,$$

gdzie:

- $Y_t$  – zmienna prognozowana,
- $t$  – zmienna czasowa,
- $\delta_1, \delta_0$  – parametry trendu liniowego,
- $m$  – liczba sezonów (tu  $m = 4$  kwartały),

- $d_{0k}$  – składniki sezonowości,  
 $Q_{kt}$  – zmienne zero-jedynkowe reprezentujące sezonowość,  
 $U_t$  – składnik losowy.

Na podstawie oszacowanych modeli można było wyznaczać prognozy, gdyż modele te charakteryzowały się istotnymi parametrami i wysokim dopasowaniem do danych.

Dla pozostałych zmiennych prognozy zbudowano z wykorzystaniem modeli wyrównywania wykładniczego [3]:

- modelu Browna (3 zmienne):
- modelu Holta (17 zmiennych):

$$m_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)m_{t-1},$$

$$Y_{t+h} = m_t;$$

gdzie:

$$m_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(m_{t-1} + \delta_{1t-1}),$$

$$\delta_{1t} = \beta(m_t - m_{t-1}) + (1 - \beta)\delta_{1t-1},$$

$$Y_{t+h} = m_t + \delta_{1t}h,$$

- $Y_t$  – zmienna prognozowana,  
 $h$  – horyzont prognozy,  
 $Y_{t+h}$  – prognoza dla okresu  $t + h$ ,  
 $m_t$  – ocena poziomu w okresie  $t$ ,  
 $m_{t-1}$  – ocena poziomu w okresie  $t - 1$ ,  
 $\delta_{1t}$  – ocena przyrostu trendu w okresie  $t$ ,  
 $\delta_{1t-1}$  – ocena przyrostu trendu w okresie  $t - 1$ ,  
 $\alpha, \beta$  – stałe wygładzania.

Wartości stałych wygładzania  $\alpha$  i  $\beta$  wyznaczono przez minimalizację średniokwadratowego błędu prognoz. Na podstawie tych modeli zbudowano prognozy dla poszczególnych zmiennych i budynków na I i II kwartał 2008 roku. Otrzymane prognozy dla zużycia ciepłej i zimnej wody zostały skorygowane tak, aby ich suma dawała prognozę zużycia wody łącznie dla wodomierzy mieszkaniowych. W tym wypadku nadrzędna była prognoza łącznego zużycia wody. Rodzaje modeli będą-

cych podstawą do budowy prognoz dla poszczególnych zmiennych i budynków zamieszczono w tabeli 2.

Tabela 2. Modele będące podstawą do budowy prognoz dla analizowanych zmiennych

Zmienna	Analizowane obiekty					
	A9	B17	B19	B20	B24	B25
zwm	Holt	Brown	Holt	lin + sez	liniowy	liniowy
cwm	lin + sez	Brown	lin + sez	lin + sez	Holt	liniowy
wm	lin + sez	liniowy	Brown	lin + sez	liniowy	liniowy
zwm1	Holt	Holt	Holt	Holt	Holt	Holt
cwm1	lin + sez	Holt	lin + sez	lin + sez	Holt	Holt
wm1	lin + sez	Holt	Holt	Holt	Holt	Holt

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych SM w Stargardzie Szczecińskim.

W tabeli 2 można zauważyć, że wahaniami sezonowymi charakteryzowały się głównie dwie zmienne: zużycie ciepłej wody z odczytu wodomierzy mieszkaniowych ogółem oraz na osobę. Dla obu tych zmiennych w budynku A9 oraz dla pierwszej z nich w budynku B20 wahania sezonowe związane ze zużyciem ciepłej wody wpłynęły na zużycie wody z odczytu wodomierzy mieszkaniowych ogółem. Zużycie zimnej wody charakteryzowało się sezonowością tylko w budynku B20. Na 16 zmiennych, których kształtowanie się dobrze opisywały modele trendu liniowego (z wahaniami sezonowymi lub bez), 11 charakteryzowało się spadkową tendencją – parametr przy zmiennej czasowej był ujemny. Trend rosnący wykazywały zmienne charakteryzujące budynek A9.

Do oceny jakości zbudowanych prognoz wykorzystano średnie błędy procentowe *ex post*:

$$d = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \frac{|y_t^i - y_{tp}^i|}{y_t^i},$$

gdzie:

- $i$  – numer budynku lub prognozowanej zmiennej,
- $r$  – liczba budynków lub prognozowanych zmiennych,
- $y_t^i$  –  $i$ -ta wartość rzeczywista w okresie  $t$ ,
- $y_{tp}^i$  –  $i$ -ta prognoza w okresie  $t$ .



W tabeli 3 zamieszczono wartości średnich błędów procentowych *ex post* dla poszczególnych zmiennych i budynków. Poziomy tych błędów są na zadowalającym poziomie – poniżej 10% (z jednym wyjątkiem – budynku A9, w którym błąd ten niewiele przekraczał 10%).

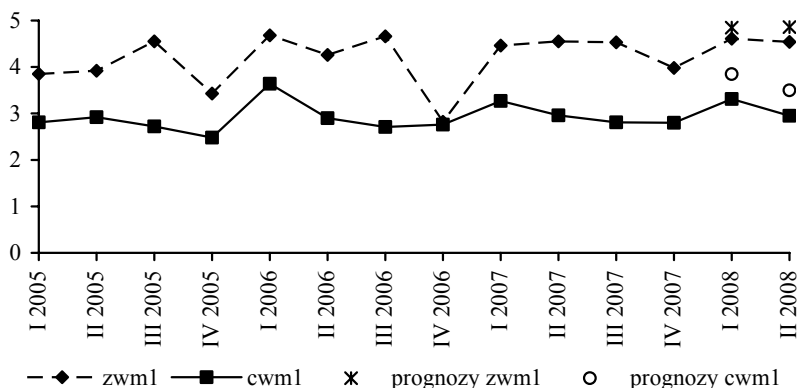
Tabela 3. Średnie względne błędy prognoz dla analizowanych budynków i zmiennych [%]

Średnie względne błędy prognoz dla poszczególnych zmiennych						
	zwm	cwm	wm	zwm1	cwm1	wm1
I kwartał 2008	3,19	7,45	6,60	7,54	8,42	8,71
II kwartał 2008	5,13	7,00	5,58	7,73	7,14	7,30
Średnie względne błędy prognoz dla poszczególnych budynków						
	A9	B17	B19	B20	B24	B25
I kwartał 2008	9,98	8,02	3,50	6,01	8,88	5,51
II kwartał 2008	11,87	7,76	4,21	4,83	5,75	5,45

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych SM  
w Stargardzie Szczecińskim.

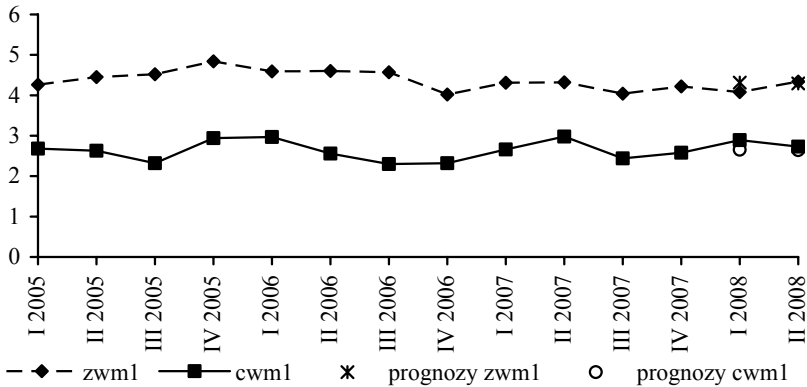
Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono kształtowanie się wybranych zmiennych dla dwóch przykładowych budynków (wysokiego i niskiego) w badanym okresie wraz z prognozami na kwartały I i II 2008 roku.

Rys. 3. Zużycie wody rzeczywiste z odczytu wodomierzy mieszkaniowych oraz prognozy dla obiektu A9 (niski) [m<sup>3</sup>]



Źródło: obliczenia własne.

Rys. 4. Rzeczywiste zużycie wody z odczytu wodomierzy mieszkaniowych i prognozy dla obiektu B 24 (wysoki) [m<sup>3</sup>]



Źródło: obliczenia własne.

W budynku A9 (rysunek 3) widać większą rozbieżność między wartościami rzeczywistymi i prognozowanymi zużycia ciepłej wody na osobę (por. tabelę 2). Większy błąd prognozy w stosunku do rzeczywistego zużycia wynika z około 20-procentowego rzeczywistego wzrostu zużycia wody w ostatnim kwartale w stosunku do dwóch poprzednich. Budynek B24 (rysunek 4) jest natomiast przykładem bardzo regularnego kształtowania się zużycia wody i jednocześnie dużej trafności prognoz.

## Wnioski

Uzyskane wyniki pozwalają na sformułowanie kilku wniosków dotyczących zużycia ciepłej i zimnej wody przez gospodarstwa domowe w badanych budynkach:

- większość analizowanych zmiennych charakteryzowała się liniowością, opisaną klasycznymi modelami trendu liniowego lub liniowym modelem Holta;
- wbrew oczekiwaniom tylko 10 spośród 36 zmiennych charakteryzujących zużycie wody wykazywało wahania sezonowe;
- zauważono duże zróżnicowanie w zużyciu wody dla podobnych budynków (z uwagi na liczbę osób, mieszkań i kondygnacji);

- d) analiza zużycia wody na osobę nie wykazała zróżnicowania między budynkami niskimi i wysokimi;
- e) w prawie wszystkich badanych budynkach występowała malejąca tendencja zużycia wody na osobę, która wynika ze wzrostu jej ceny;
- f) prognozy dla wszystkich zmiennych charakteryzowały się niskimi wartościami błędów *ex post*.

### Literatura

1. *Gospodarka mieszkaniowa w województwie zachodniopomorskim w latach 2005–2006*, Urząd Statystyczny, Szczecin 2007.
2. Zeliaś A., *Teoria prognozy*, PWE, Warszawa 1997.
3. Makridakis S., Wheelwright S.C., Hyndman R.J., *Forecasting. Methods and Applications*, John Wiley & Sons, Inc. 1998.

## FORECASTING OF HOT AND COLD WATER CONSUMPTION IN BUILDING SOCIETIES

### Summary

Forecasting of water consumption is significant element of the management in building societies. The main reasons of this significance are the increase of water rate and necessity of advancing it. The aim of the paper was the examination of seasonality and prediction of water consumption. The analyzed variable was split into hot and cold water consumption, total consumption and consumption *per capita*. The research concerned a few apartment buildings and was based on quarterly data. It turned out that most of variables had linear and diminishing character and only some of them were seasonal. The forecasts for all variables had small *ex post* errors.

*Translated by Barbara Batóg*

