

Analiza dynamiki rocznych wydatków na służbę zdrowia

Anna Janiga-Ćmiel*

Streszczenie: *Cel* – Celem artykułu jest zaprezentowanie analizy dokonywanych wydatków na ochronę zdrowia w Polsce z uwzględnieniem stochastycznych równań różniczkowych.

Metodologia badania – Analizę zaprezentowano z wykorzystaniem modelu procesu stochastycznego przyrostów kosztu otrzymując przedstawione w pracy równanie różnicowe i modelu przedstawiającego zależność między kosztem, tempem wzrostu i przyspieszeniem wzrostu określonym w równaniu różniczkowym. *Wynik* – Przeprowadzona analiza wydatków na ochronę zdrowia pozwoliła na zaprezentowanie na podstawie wyjściowego szeregu czasowego modelu stochastycznego rozwoju ponoszonych kosztów. Model ten pozwala na wyznaczenie prognoz kosztu na lata następne.

Oryginalność/wartość – Badania ukierunkowano i podporządkowano wykorzystaniu teorii procesów stochastycznych do zaprezentowania analizy kosztów.

Słowa kluczowe: finansowanie ochrony zdrowia, system zdrowotny, wydatki publiczne i prywatne, równanie różniczkowe

Wprowadzenie

Współczesny system ochrony zdrowia ujmuje szereg problemów, jednak najistotniejszym z nich są nieustannie rosnące wydatki na świadczenia zdrowotne. Każde państwo poszukuje rozwiązań, które dałyby możliwości i szanse lepszego zarządzania sektorem. Głównym celem staje się taka poprawa stanu zdrowia danego społeczeństwa, aby zminimalizować dystans istniejący pomiędzy tym krajem a średnim poziomem stanu zdrowia w krajach charakteryzujących się wysokim poziomem zdrowia danego społeczeństwa.

1. Zarys problematyki systemu opieki zdrowotnej

Systemy opieki zdrowotnej na całym świecie są bardzo zróżnicowane i każdy z nich boryka się ze swoimi problemami. W ostatnich latach wiele krajów spotyka się z problemem poszukiwania możliwości ulepszenia sektora publicznego. Wprowadza się reformy, które niestety nie zawsze przynoszą oczekiwane rozwiązania, a na ochronę zdrowia są przekazywane coraz wyższe nakłady finansowe.

* dr Anna Janiga-Ćmiel, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Wydział Zarządzania, Katedra Matematyki, e-mail: anna.janiga-cmiel@ue.katowice.pl.

Koszta na opiekę zdrowotną z roku na rok wzrastają, przyczyną stają się między innymi przemiany demograficzne, epidemiologiczne, rozwijające się technologie medyczne, uzyskiwanie nowych leków i wzrost ich cen, ponadto poprawa warunków życia, wzrost dochodów, wykształcenie, świadomość zdrowotna, styl życia. Rozwijające się nauki medyczne wpływają na wydłużenie się przeciętnego życia. Z drugiej strony pojawiają się nowe schorzenia, na przykład schorzenia wieku starczego czy choroby cywilizacyjne.

Sytuacja gospodarcza ma również istotny wpływ na dostępność usług zdrowotnych. Każde państwo powinno dążyć do tego, aby dać możliwość w miarę równego dostępu do świadczeń systemu opieki zdrowotnej, jednak w praktyce czasem dochodzi do powiększenia tych różnic (Dryl-Rydyńska 2013). Pojawiające się zmiany zmuszają do podejmowania decyzji, wprowadzania reform mających na celu polepszenie funkcjonowania opieki zdrowotnej. Wymaga to jednak ponoszenia nakładów finansowych. Aby zagwarantować świadczenia usług na wysokim poziomie, wymagane jest przez szpitale uwzględnianie odpowiednich nakładów finansowych. W przypadku złego zarządzania szpitale spotykają się z występującym tragicznym skutkiem zadłużania publicznych szpitali.

W zakresie ochrony zdrowia wprowadzanych jest wiele nowych rozwiązań mających na celu poprawę kondycji ochrony zdrowia, wśród nich komercjalizacja oraz prywatyzacja zakładów opieki zdrowotnej. W wielu krajach wprowadzane są nowe sposoby organizacji świadczeń zdrowotnych czy też ich wyceny. W ostatnich latach coraz częściej spotykamy się z rozwojem sektora prywatnego w ochronie zdrowia, zarówno w krajach Unii Europejskiej (np. w Danii, Hiszpanii, Bułgarii, Chorwacji), ale również w Indiach czy też Chinach. Niestety wiąże się to z tak zwanym zjawiskiem nierówności w dostępie do świadczeń, wprowadzaniem szeregu dodatkowych opłat, które musi dokonywać pacjent na swój koszt itp.

Każde państwo funkcjonuje z wprowadzonym własnym modelem ochrony zdrowia. Przykładowo Szwecja, Wielka Brytania to państwa, które uwzględniły model publicznej ochrony zdrowia, stając się tym samym odpowiedzialnymi za administrowanie i finansowanie usług zdrowotnych. Polska, Niemcy, Holandia to państwa z modelem ubezpieczeniowym. W USA (Seliga, Woźniak 2013) wprowadzone formy własności szpitali dzielimy na prywatne komercyjne, prywatne niekomercyjne i publiczne. Klasyfikacja ta ma wpływ na pojawiające się zjawisko konkurencji między sobą firm farmaceutycznych, które zaczynają mieć znaczący udział w funkcjonowaniu sektora medycznego. Natomiast Japonię możemy uznać za kraj, którego system opieki zdrowotnej rozwija się najsilniej. W państwie tym funkcjonuje zasada obowiązkowego ubezpieczenia zdrowotnego. Podmiotami publicznymi, które są odpowiedzialne za funkcjonowanie opieki zdrowotnej, to: administracja rządowa lokalna i centralna, pozarządowe instytucje publiczne, instytucje ubezpieczeniowe oraz instytucje prywatne. Zgodnie z danymi to właśnie stan zdrowia japońskiego społeczeństwa charakteryzuje się najlepszą kondycją. Należy też zwrócić uwagę na podział systemu ubezpieczeń zdrowotnych, bowiem złożony jest z ośmiu autonomicznych systemów. W Japonii dodatkowo szybko postępuje proces starzenia się społeczeństwa i przeludnienie kraju. Japonia jest krajem, w którym ubezpieczenie społeczne obejmuje całą populację.

W Polsce powojennej publiczna służba zdrowia opierała się na mechanizmie centralnego planowania i uwzględniano tak zwany model budżetowy. Proces transformacji systemu zdrowotnego rozpoczął się pod koniec lat 80. XX wieku, na co miała wpływ zmiana gospodarki państwa na rynkową. W dalszych latach model budżetowy został zastąpiony modelem ubezpieczeniowo-budżetowym, który uwzględniał dodatkowo powszechne ubezpieczenie zdrowotne. Skutkiem przeprowadzonej w ówczesnym okresie reformy było wprowadzenie tak zwanych Kas Chorych, przekształconych po 4 latach od powstania w Narodowy Fundusz Zdrowia, który do dnia dzisiejszego funkcjonuje i stanowi istotny element w całym systemie ochrony zdrowia (Wasiak, Szelağ 2015).

Pod koniec lat siedemdziesiątych państwa Unii Europejskiej przeznaczały na cele zdrowotne kwoty finansowe stanowiące 5% PKB, a w roku 2010 kwota ta stanowiła 9,7% PKB, a liderem wśród największych wydatków na ochronę zdrowia są Stany Zjednoczone, bowiem kwota ta sięgała aż 17,0% PKB. Istnieje wiele opinii co do wysokości środków finansowych przeznaczanych na ochronę zdrowia, dlaczego w Polsce te kwoty są tak niskie i jaka kwota byłaby odpowiednia, czy powinna być zależna od sytuacji gospodarczej kraju w danym okresie (Łyszczarz 2015).

Z roku na rok zwiększa się liczba osób starszych, co wymusza uwzględnienie większej ilości świadczeń. Zwiększają się wydatki przeznaczane także na rozwój technologiczny i nowe badania naukowe. Kolejną przyczyną wspomnianych zmian są również rosnące oczekiwania pacjentów oraz zobowiązania, które wzięły na siebie rządy w polityce ochrony zdrowia. Reasumując należy zwrócić uwagę na fakt, że pomimo stałego wzrostu środków nie są one wystarczające, aby uwzględnić wszystkie bieżące wydatki związane z finansowaniem sektora zdrowia, które wciąż się zwiększają.

2. Równanie różniczkowe liniowe n -tego rzędu

Teoria równań różniczkowych znajduje szerokie zastosowanie w wielu dziedzinach nauki i jest bardzo rozwiniętą gałęzią matematyki. Stosując pewne równania możemy opisać zagadnienia ekonomiczne z życia codziennego, występujące w technice, fizyce, w naukach przyrodniczych itp. W przypadku estymacji punktowej lub przedziałowej w formie wyniku dokonywanego opisu statystycznego otrzymujemy odpowiednio wartość liczbową i przedział, do którego ta wartość należy. Natomiast w przypadku równań różnicowych i równań różniczkowych wynikiem opisu będzie funkcja otrzymana jako rozwiązanie. Z punktu widzenia matematycznego często stosowane w analizach modele GARCH są układami nieliniowych stochastycznych równań różnicowych (Doman, Doman 2004). Jednym ze sposobów uproszczenia analizy modeli GARCH może być właśnie aproksymacja stochastycznych równań różnicowych za pomocą stochastycznych równań różniczkowych.

Dynamika kosztów utrzymania służby zdrowia wraz z upływem czasu kształtowana jest przez czynniki pojawiające się przypadkowo, zarówno ich momentu ani siły oddziaływania na koszty nie jesteśmy w stanie przewidzieć (Pieniążek i in. 2000). Proces ten można

zapisać uwzględniając zmienną losową $Y(t)$ jako funkcję $h(t, \tau)$ (Meiss 2007). Wówczas koszty rzeczywiste $X(t)$ powiązane będą z kosztami całkowitymi $Y(t)$ równaniem:

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \tau) X(\tau) d\tau \quad (1)$$

Model, który taką zależność może między innymi reprezentować, przyjmujemy w postaci równania różniczkowego n -tego rzędu (Edwards, Penny 2000).

$$y^n(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_{n-1} y'(t) + a_n y(t) = X(t) \quad (2)$$

Z warunkami początkowymi nielosowymi:

$$\begin{cases} y(0) = y_0 \\ y'(0) = y_1 \\ \vdots \\ y^{(n-1)}(0) = y_{n-1} \end{cases} \quad (3)$$

Rozwiązanie przedstawionego równania będzie modelem kształtowania się dynamiki kosztów wymuszonych zadaną funkcją $h(t, \tau)$ w przypadku kształtowania się kosztów $X(t)$.

Proces stochastyczny $X(t)$ w postaci kanonicznej zapisujemy następująco:

$$\begin{aligned} X(t) &= \varphi_0(t) + A_1 \varphi_1(t) + \dots + A_n \varphi_n(t) \\ E(X_t) &= \varphi_0(t) \end{aligned} \quad (4)$$

Przykładowo możemy uwzględniać następujące realizacje:

$$\begin{aligned} X(t) &= a_0 + a_1 t, \\ X(t) &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \text{ itd.} \end{aligned} \quad (5)$$

Wówczas proces $Y(t)$ po przekształceniu liniowym przypadkowych oddziaływań na koszty będzie procesem stochastycznym, którego postać kanoniczna ujęta jest wzorem:

$$Y(t) = \psi_0(t) + B_1 \psi_1(t) + \dots + B_n \psi_n(t) \quad (6)$$

Przy czym jego wartość oczekiwana będzie funkcją zależną od czasu:

$$E(Y_t) = \psi_0(t) \quad (7)$$

W szczególnym przypadku, gdy oddziaływania zewnętrzne nie są losowe, wówczas wszystkie wartości oczekiwane są zależne wyłącznie od upływu czasu, a wariancje są równe zero:

$$V(Y^{(k)}(0)) = 0, \quad k = 0, \dots, n-1 \quad (8)$$

Wartość oczekiwana każdej z pochodnych funkcji kosztu w zerze przyjmuje wartość zero.

$$E(Y^{(k)}(0)) = y_k(0), \quad k = 0, \dots, n-1 \quad (9)$$

K-te pochodne funkcji kosztu ujęte się wzorem:

$$Y^{(k)}(0) = \psi_0(0) + \sum_{i=1}^n B_i \psi_i(0) \quad (10)$$

Wariancja ze względu na brak oddziaływania losowego wyraża się wzorem (11) i jest równa zero.

$$D^2(Y^{(k)}(0)) = \sum_{i=1}^n D^2(B_i) [\psi_i^{(k)}(0)]^2 = 0 \quad (11)$$

Ponieważ

$$D^2(B_i) \neq 0 \quad (12)$$

zatem z (10) wynika, że

$$\psi_i^{(k)}(0) = 0, \quad k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (13)$$

Powiązania powyższe zostaną wykorzystane w analizie przy wyznaczaniu rozwiązań. W sytuacji, gdyby stany początkowe finansów analizowanej instytucji były losowe, wtedy każda k -ta pochodna zmiennej losowej Y określającej koszt w toku całej analizy jest zmienną losową i oznaczać ją można odpowiednio:

$$Y^{(k)}(0) = Y_k, \quad k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (14)$$

Warunki początkowe są postaci:

$$Y_0(0) = Y'_0 = \dots = Y_0^{(n-1)}(0) = 0, \quad k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (15)$$

Rozwiązanie równania różniczkowego będzie zmienną losową, czyli funkcją zależną od upływu czasu i od zdarzeń losowych, jakie mają wpływ na kształtowanie kosztów.

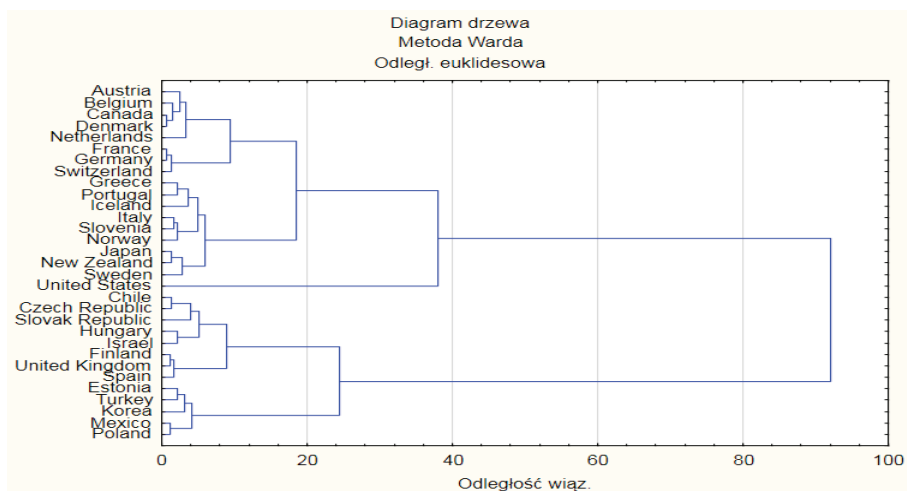
W toku dalszego postępowania wyznaczamy rozwiązanie ogólne i szczególne, a rozwiązanie ogólne, czyli proces zarządzania kosztem, określony będzie wzorem:

$$Y(t) = Y_0(t) + Y_1(t) \quad (16)$$

3. Równanie dynamiki rocznych wydatków na służbę zdrowia

W celu zaprezentowania analizy wydatków przeznaczanych na służbę zdrowia w Polsce przygotowano dane empiryczne korzystając z danych publikowanych przez Główny Urząd Statystyczny oraz na stronie Eurostatu. Badanie obejmowało lata od roku 2000 do roku 2014. Dodatkowo w celach porównawczych dane zebrano również dla wybranych 31 państw, aby państwa pogrupować na grupy państw najbardziej do siebie podobne pod względem wydatków na ochronę zdrowia (w 2014 r.). Zastosowano w tym celu wybraną metodę grupowania, mianowicie metodę Warda, dającą możliwość uzyskania: „pełnej hierarchii skupień

z monotonicznie wzrastającym współczynnikiem ich podobieństwa” (Pociecha 2010). Stosowanie metod taksonomicznych w problematyce społeczno-ekonomicznej oraz w badaniach rozwoju społeczno-gospodarczego krajów świata zapoczątkowane zostało poprzez zaprezentowanie swoich badań między innymi przez prof. J. Fiericha w Krakowie oraz prof. Z. Hellwiga we Wrocławiu. Metody te podlegały znaczącym modyfikacjom, dając szereg nowych propozycji metodologicznych, dzięki czemu powstała taksonomia struktur, oryginalna metoda zaprezentowana w pracy prof. A. Sokołowskiego oraz S. Chomątowskiego (Pociecha 2010). Prof. T. Grabiński zaproponował dynamizację metod taksonomicznych, dając początek rozwojowi taksonomicznych metod periodyzacji zmian obiektów wielocechowych w przestrzeni czasu. W badaniu zastosowano metodę Warda, a schemat łączenia państw w grupy z uwzględnieniem wybranej metody został zaprezentowany na rysunku 1.



Rysunek 1. Hierarchiczny wykres drzewa – metoda Warda

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu Statistica.

Na podstawie uzyskanych wyników możemy stwierdzić, że w wybranych państwach ponoszone są wysokie koszty na ochronę zdrowia i są one do siebie zbliżone, jednak w przypadku USA koszty te są najwyższe.

W następnym kroku analizy przystępujemy do wyznaczenia modelu różniczkowego wydatków ponoszonych na ochronę zdrowia w Polsce. Równanie trendu liniowego ma postać:

$$X(t) = at + b \quad (17)$$

gdzie odpowiednio $a = 0,0695$, $b = 5,5505$.

Równanie to zostanie wykorzystane przy uwzględnieniu warunków początkowych:

$$\begin{cases} y(0) = b \\ y'(0) = a \end{cases} \quad (18)$$

Równanie dynamiki rocznych wydatków na służbę zdrowia w Polsce wyraża model różnicowy (Janiga-Ćmiel 2005):

$$y_t = 0,577(y_t - y_{t-1}) - 0,363(y_{t-1} - y_{t-2}) + 6,124 \quad (19)$$

(0,459) (0,402) (0,089)

Na podstawie uzyskanego równania budujemy równanie różniczkowe zastępując przyrosty w sposób przybliżony pochodnymi funkcji dynamiki Y . Model różniczkowy ma postać:

$$y_t = 0,577y_t' - 0,363y_t'' + 6,124 \quad (20)$$

Równanie to porządkujemy w sposób liniowy według pochodnych.

$$0,363y_t'' - 0,577y_t' + y_t = 6,124 \quad (21)$$

Przystępujemy do rozwiązywania równania procesu dynamiki kosztów. Rozwiązujemy równanie jednorodne:

$$0,363y_t'' - 0,577y_t' + y_t = 0 \quad (22)$$

Rozważane równanie charakterystyczne przyjmuje postać:

$$0,363r^2 - 0,577r + 1 = 0 \quad (23)$$

gdzie odpowiednio:

$$\begin{aligned} \ddot{A} &= -1,117 \\ r_1 &= \frac{0,577 - 1,057i}{2 \times 0,363} \end{aligned} \quad (24)$$

Bazę rozwiązań dla modelu otrzymujemy postaci:

$$\varphi_1(t) = e^{0,796t} \cos 1,457t \quad (25)$$

$$\varphi_2(t) = e^{0,796t} \sin 1,457t \quad (26)$$

Stan oczekiwany kosztu utrzymania szpitala $E(Y(t)) = m_y(t)$:

$$m_y(t) = C_1\varphi_1(t) - C_2\varphi_2(t) + Y(0) \quad (27)$$

W następnym kroku należy wyznaczyć realizację zmiennych losowych C_1 i C_2 . W tym celu korzystamy z równania kanonicznego procesu stochastycznego dla jego stanów oczekiwanych.

$$0,363m_Y''(t) - 0,577m_Y'(t) + m_Y(t) = 6,071 \quad (28)$$

$$E(X_t) = 6,071, D^2(X_t) = 0,0526 \quad (29)$$

$$m_Y(0) = 5,5505, m_Y'(0) = 0,0695 \quad (30)$$

$$m_Y(t) = C_1 e^{0,796t} \cos 1,457t + C_2 e^{0,796t} \sin 1,457t + 5,5505 \quad (31)$$

Ponieważ $m_Y(0) = 5,5505$, zatem $C_1 = 0$.

$$m_Y(t) = C_2 e^{0,796t} \sin 1,457t + 5,5505 \quad (32)$$

Następnie wyznaczamy pochodną rzędu pierwszego otrzymując:

$$m_Y'(t) = C_2 0,796 e^{0,796t} \sin 1,457t + C_2 e^{0,796t} 1,4576 \cos 1,457t \quad (33)$$

$$m_Y'(0) = C_2 1,4576$$

Pochodna rzędu drugiego:

$$m_Y''(t) = C_2 (0,796)^2 e^{0,796t} \sin 1,457t + C_2 0,796 \times 1,4576 e^{0,796t} \cos 1,457t + C_2 0,796 e^{0,796t} 1,4576 t \cos 1,457t - C_2 (1,4576)^2 \times \sin 1,457t \times e^{0,796t} \quad (34)$$

Wstawiamy $m_Y(t), m_Y'(t), m_Y''(t)$ do wzoru (28) i otrzymujemy odpowiednio:

$$m_Y''(0) = 2,3205 C_2, \text{ a więc } C_2 = 173,5 \quad (35)$$

$$m_Y(t) = 173,5 e^{0,796t} \sin 1,457t + 5,5505 \quad (36)$$

Jest to proces zmian przy upływie czasu oczekiwanego kosztu utrzymania szpitali.

Wyznaczamy kanoniczną postać procesu stochastycznego:

$$Y(t) = m_Y(t) + B_1 \psi_1(t) + B_2 \psi_2(t) \quad (37)$$

Przy czym bazę przedstawionego procesu stochastycznego wyznaczamy, jako rozwiązania równań cząstkowych procesów stochastycznych:

$$0,363\psi_1''(t) - 0,577\psi_1'(t) + \psi_1(t) = e^{0,796t} \cos 1,457t \quad (38)$$

$$0,363\psi_2''(t) - 0,577\psi_2'(t) + \psi_2(t) = \sin 1,457t \quad (39)$$

Z warunkami początkowymi:

$$\begin{aligned} \psi_1(0) &= \psi_1'(0) = 0 \\ \psi_2(0) &= \psi_2'(0) = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

W kolejnym kroku wyznaczyć $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$, jako rozwiązania modeli stochastycznych (38), (39).

Aby rozwiązać przedstawione równanie stochastyczne, korzystamy z metody uzmienniania stałych (Gewert, Skoczylas 2000). Rozwiązując odpowiedni układ równań otrzymujemy funkcje $C_1(t)$, $C_2(t)$ postaci:

$$C_1(t) = -\frac{1,058}{2,914} \operatorname{Intg} \frac{2,914t}{2} + 0,225t \tag{41}$$

$$C_2(t) = \ln \frac{1}{\sin 1,457t} \tag{42}$$

Wyznaczamy $\psi_1(t)$ zgodnie ze wzorem:

$$\psi_1(t) = C_1(t)\psi_{11}(t) + C_2(t)\psi_{12}(t) \tag{43}$$

gdzie: $\psi_{11}(t) = te^{0,796t} \cos 1,457t$, $\psi_{12}(t) = te^{0,796t} \sin 1,457t$ (44)

W analogiczny sposób wyznaczamy $\psi_2(t)$.

Tak, więc rozwiązanie równania stochastycznego jest postaci:

$$\begin{aligned}
 Y(t) = & 173,5e^{0,796t} \sin 1,457t + 5,550 + \\
 & + 0,0541 \left[\left(-\frac{1,058}{2,914} \operatorname{Intg} \frac{2,914t}{2} + 0,225t \right) te^{0,796t} \cos 1,457t + \right. \\
 & \left. + \ln \frac{1}{\sin 1,457t} te^{0,796t} \sin 1,457t \right] + \\
 & + (-0,0117) \left[\left(\frac{1,452}{2,904} e^{2,904t} e^{0,369t} + (t-1) \sin 2,904t \right) te^{0,796t} \cos 1,457t + \right. \\
 & \left. + \ln \frac{1}{\sin 1,457t} e^{0,363t} te^{0,796t} \sin 1,457t \right]
 \end{aligned} \tag{45}$$

Na podstawie otrzymanego równania $Y(t)$ możemy w dalszym etapie badań wyznaczyć prognozy kosztu utrzymania szpitali w przyszłych okresach.

Uwagi końcowe

Otrzymane równanie różniczkowe stochastyczne bardzo dobrze przedstawia dynamikę badanych kosztów, o czym świadczą parametry jakościowe modelu. Wyróżnik wielomian charakterystycznego wyznaczonego modelu jest mniejszy od zera, ponieważ w analizowanym procesie obserwujemy sinusoidalny przebieg wartości kosztu w kolejnych latach. W badanych krajach stwierdzono rosnącą tendencję wzrostu i na najbliższe lata przewiduje się dalszy wzrost kosztów. Zaprezentowany model może być wykorzystany w procesie

planowania, jak również stanowić podstawę wyznaczenia prognoz dalszego rozwoju analizowanego zjawiska. W pracy zaprezentowano dynamikę wydatków globalnych. Można również przeprowadzić podobną analizę dla wybranych składowych analizowanych wydatków.

Literatura

- Chomątowski S., Sokołowski A. (1978). Taksonomia struktur. *Przegląd Statystyczny*, XXV (2).
- Doman M., Doman R. (2004). *Ekonometryczne modelowanie dynamiki polskiego rynku finansowego*. Poznań: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
- Dryl-Rydyńska M. (2013). Dostępność usług medycznych a wykorzystanie zasobów ochrony zdrowia. *Przedsiębiorczość i Zarządzanie*, XIV (10).
- Edwards C.H., Penny D.E. (2000). *Differential Equations and Boundary Value Problems*. New Jersey: Prentice Hall.
- Gewert M., Skoczylas Z. (2000). *Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania*. Wrocław: Oficyna Wydawnicza GiS.
- <http://www.mz.gov.pl/system-ochrony-zdrowia/powszech-ne-ubezpieczenie-zdrowotne/historia>.
- Janiga-Ćmiel A. (2006). Wykorzystanie modelu różnicowego do analizy cykliczności wydatków budżetu państwa w zależności od dochodów. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu*, 1117.
- Łyszczarz B. (2014). *Ocena efektywności systemów opieki zdrowotnej w krajach OECD*. Warszawa: Wolters Kluwer.
- Meiss J.D. (2007). *Differential Dynamical Systems*. Philadelphia.
- Pieniążek A., Winiarz A., Weiss J. (2007). *Procesy stochastyczne w problemach i zadaniach*. Kraków: Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej.
- Pociecha J. (2010). *Rozwój metod taksonomicznych i ich zastosowań w badaniach społeczno-ekonomicznych*. Materiały z konferencji „Statystyka społeczna. Dokonania – szanse – perspektywy”. Warszawa: GUS.
- Selięga R., Woźniak A. (2013). Analiza porównawcza sektora usług medycznych w Japonii i USA. *Przedsiębiorczość i Zarządzanie*, XIV (10).
- Wasiak A., Szelań P. (2015). Wydatki na ochronę zdrowia w Polsce na tle krajów Unii Europejskiej w latach 2007–2011. *Finanse i Prawo Finansowe*, II (2).

ANALYSIS OF THE DYNAMICS OF ANNUAL EXPENDITURE ON HEALTH CARE

Abstract: The aim of the studies discussed in the paper is an analysis of annual expenditure on health care. The theory of the construction of a differential equations and stochastic model and its estimation method are discussed. One of the most important applications of these models is modelling and forecasting. In order to conduct analyses empirical data were prepared based on the data on annual expenditure on health care published by the Central Statistical Office and Eurostat. The analysis covers the years 2000–2014.

Keywords: health care financing, health system, public and private expenditures, differential equation

Cytowanie

- Janiga-Ćmiel A. (2016). Analiza dynamiki rocznych wydatków na służbę zdrowia. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, 4 (82/2), 751–760. DOI: 10.18276/frfu.2016.4.82/2-64.