ZESZYTY NAUKOWE UNIWERSYTETU SZCZECIŃSKIEGO nr 892

Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia nr 78 (2015)

DOI: 10.18276/frfu.2015.78-07 s. 83–97

Aspekty ekonomiczne konstrukcji i optymalizacji długookresowych portfeli inwestycyjnych na rynku kapitałowym

Jerzy Tymiński[*]

Maria Tymińska[**]

Streszczenie: *Cel* – prezentacja praktycznych aspektów konstrukcji i optymalizacji portfeli papierów wartościowych na rynku kapitałowym. Przedstawiono zarys metod konstrukcji i optymalizacji portfeli z uwzględnieniem zagadnienia ich efektywności.

Metodologia badania – omówiono stosowaną zazwyczaj metodę programowania kwadratowego przy zastosowaniu funkcji Lagrange'a oraz warunków Kuhna-Tuckera. Uwzględniono też inne metody, na przykład metodę Beale'a, która może być przydatna do rozwiązywania zadań programowania kwadratowego z wklęsłą funkcją celu. Istotnym mankamentem przytoczonych modeli portfelowych, szczególnie portfeli długookresowych, może być wymóg rozkładu normalnego stóp zwrotu. Stąd zaproponowana została autorska koncepcja konstrukcji i optymalizacji portfeli długookresowych.

Oryginalność i wartość – prezentowana koncepcja umożliwia konstruowanie portfeli wielokryterialnych, to jest dwu- i trójkryterialnych. Została oparta na teorii chaosu z wykorzystaniem wykładnika Hursta, który pozwala określić rozkład stóp zwrotu. Przy czym rozkład ten może mieć charakter losowy bądź też może wykazywać trend. W koncepcji autorskiej wybór spółek dokonany jest przy zastosowaniu teorii niezawodności. Portfel zoptymalizowano metodą programowania dynamicznego oraz narzędziami z teorii niezawodności.

Wynik – dla celów porównawczych skonstruowano portfel rynkowy metodą „tradycyjną" programowania kwadratowego z użyciem funkcji Lagrange'a. Wyboru spółek do portfela dokonano przy zastosowaniu funkcji użyteczności. Wyniki uzyskane z portfela tradycyjnego były „słabsze" w porównaniu do propozycji portfelowych autora.

Słowa kluczowe: optymalizacja, wielokryteriowość, programowanie dynamiczne, niezawodność, trwałość długookresowa

[*] dr Jerzy Tymiński, Katedra Zarządzania, Uniwersytet Jana Kochanowskiego w Kielcach Filia w Piotrkowie Trybunalskim, ul. J. Słowackiego 114/118, 97–300 Piotrków Trybunalski, e-mail: tymmar@poczta.onet.pl.

[**] dr Maria Tymińska, Katedra Zarządzania, Uniwersytet Jana Kochanowskiego w Kielcach Filia w Piotrkowie Trybunalskim, ul. J. Słowackiego 114/118, 97–300 Piotrków Trybunalski, e-mail: m.tyminska@unipt.pl.

Wprowadzenie

Decyzje ekonomiczne związane z rynkami kapitałowymi w istotnym stopniu wpływają na rozwój gospodarczy zarówno w skali mikro, jak i makro. Obiektem szczególnie wrażliwym na jakość podejmowanych decyzji jest przedsiębiorstwo, przed którym, podobnie jak przed gospodarką światową, wiek XXI stawia coraz to nowe wyzwania. Od menedżerów oczekuje się elastyczności i skuteczności w podejmowaniu wielowariantowych działań wzmacniających potencjał gospodarczy przedsiębiorstwa związanych z jego przetrwaniem i rozwojem. Obszarami istotnie determinującymi przyszłość przedsiębiorstwa są nowoczesne technologie oraz inwestycje, zwłaszcza inwestycje na rynku kapitałowym. Decyzje inwestycyjne zalicza się do grupy decyzji o charakterze strategicznym, wywołują one bowiem skutki ekonomiczne w przyszłości, zazwyczaj odległej.

Podejmowanie trafnych decyzji ekonomicznych przez inwestora wymaga wiedzy oraz umiejętności stosowania specjalistycznego aparatu narzędziowego i metodologicznego.

Problematyka metod wspomagających decyzje inwestora na rynku kapitałowym zajmuje znaczące miejsce w krajowej i światowej literaturze. Nie oznacza to, że jest dostatecznie rozpracowana. Przeciwnie, zainteresowanie teoriami portfelowymi powoduje konieczność doskonalenia dotychczasowych i poszukiwania nowych rozwiązań metodologicznych zwiększających ekonomiczną skuteczność decyzji kapitałowych.

Celem badań prowadzonych przez autora było sformułowanie i zaprezentowanie nowej dwukryterialnej koncepcji konstrukcji portfela inwestycyjnego na rynku kapitałowym.

Propozycje autora dotyczą wykorzystania elementów teorii niezawodności do wyboru papierów wartościowych konstruowanego portfela, a następnie jego optymalizacji przy zastosowaniu metody programowania dynamicznego. Prezentowana koncepcja jest alternatywną procedurą optymalizacji korzyści z portfela inwestycyjnego dla inwestora z awersją do ryzyka, dla którego ważny jest niski poziom ryzyka przy względnie wysokim dochodzie (Tarczyński 2002). Warunkiem osiągnięcia głównego celu prowadzonych badań był dobór odpowiednich metod badawczych. Na etapie wstępnego wyboru instrumentów finansowych do portfela zastosowano elementy teorii niezawodności (Sadowski, 1969). Jest to nowa propozycja, która – jak wynika z prowadzonych badań – prowadzi do lepszej jakości konstruowanego portfela. Wiąże się to z wyższą trwałością portfela w założonym horyzoncie prognozy oraz trafniejszą oceną ryzyka.

1. Optymalizacja – ujęcie teoretyczne

W naukach ekonomicznych pod pojęciem optymalizacji rozumie się „poszukiwanie najlepszego rozwiązania", czyli realizację celu na podstawie kryterium o charakterze maksymalizacji bądź minimalizacji optymalizowanego zjawiska. W problematyce rynku kapitałowego mamy do czynienia z optymalizacją warunkową, w której występują warunki ograniczające obszar dopuszczalnych rozwiązań lewostronnie, na przykład ryzyka wariancji, bądź prawostronnie – minimalnej stopy zwrotu, co można rozwiązać za pomocą metod programowania kwadratowego (Tymiński 2013). Należy podkreślić, że dla rozwiązań optymalnych programowania wypukłego konieczne jest zastosowanie funkcji Lagrange'a oraz warunków Kuhna-Tuckera.

2. Portfelowe konstrukcje wielokryterialne i ich optymalizacja

W literaturze przedmiotu mamy szereg modeli portfelowych i sposobów ich optymalizacji, w tym także propozycje modelu wielokryterialnego Markowitza. Kryterium optymalizacyjne w tym modelu dotyczy:

– maksymalizacji oczekiwanego zwrotu – $\max \sum_{i=1}^{n} e_i x_i$ (1)

– minimalizacji wariacji oczekiwanego zwrotu – $\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j$ (1a)

gdzie:

σ_{ij} oznacza kowariancję, gdy $i \neq j$ – wariancje $(\sigma_{ij} = \sigma_i^2)$, jeżeli $i = j$ zmienna x_i, $i = 1,\ldots, n$ oznacza udział akcji i-ej w portfelu.

Wskazać należy dwa istotne założenia modelu Markowitza: po pierwsze, wymagane zainwestowanie kapitału $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ i po drugie, krótka sprzedaż nie jest przewidziana $0 \le x_i \le 1$, $i = 1, \ldots, n$. Model ten może być uzupełniony o dodatkowe założenia bądź też o dodatkowe kryteria. Przyjmując założenie inwestora, że pomiędzy oczekiwanym zwrotem z portfela a wariancją zwrotu powinna występować najlepsza relacja, wschodzi się w obszar decyzji subiektywnych. Poszukuje się rozwiązania modelu metodami interakcyjnymi, wprowadzając współczynniki wagowe dla kryteriów optymalizacyjnych modelu.

W rozważaniach na temat procesów optymalizacyjnych nie można pominąć takich instrumentów matematycznych, jak warunki Kuhna-Tuckera czy własności funkcji Lagrange'a. Należy także poszukiwać innych metod i narzędzi umożliwiających i doskonalących procesy optymalizacyjne. Jest to szczególnie ważne dla złożonych konstrukcji wielokryterialnych.

3. Aspekty wyboru papierów wartościowych do konstrukcji optymalnego portfela

Istnieje wiele metod wyboru papierów wartościowych do portfela. Przytoczyć należy metodę Hellwiga dotyczącą integralnej pojemności informacyjnej (H_k – suma indywidualnych pojemności informacyjnych) czy bardzo wszechstronną metodę Tarczyńskiego – wyboru czynników portfela papierów wartościowych określonych miarą atrakcyjności inwestycji TMAI (Tarczyński 2002). Model TMAI zawiera zmienne zarówno z rynku kapitałowego, jak i zmienne finansowe pozwalające ocenić standing finansowy firmy.

Często jako narzędzia wspomagające decyzje w obszarze portfeli inwestycyjnych mogą być wykorzystane funkcje użyteczności inwestorów. Jedną z klasycznych metod decyzyjnych jest metoda programowania kwadratowego. Do modeli wielokryterialnych rozwiązywanych przy użyciu klasycznych metod optymalizacji należy na przykład model zakładający maksymalizację różnicy oczekiwanej stopy zwrotu pomnożonej przez parametr λ (obrazujący awersję do ryzyka) oraz wariancji portfela (*Wybrane problemy ilościowej…* 2004) postaci:

$$(\lambda E(R_p) - V_p^2 \to \max \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \;\; x_i \geq 0, \;\; (i = 1, 2, ..., n).$$

Funkcja celu zapisana jest za pomocą zmodyfikowanej funkcji użyteczności (parametr λ), maksymalizowanej z uwzględnieniem wariancji portfela. Przyjęto założenie, że jest to funkcja dwukryterialna. Celem optymalizacji jest uzyskanie maksymalnej wartości dochodu, to jest stopy zwrotu przy minimalnym ryzyku. Rozwiązanie takiego zadania, które jest zazwyczaj zadaniem programowania kwadratowego, wymaga wprowadzenia dodatkowego ograniczenia (*Wybrane problemy* ilościowej… 2004) postaci:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \leq K \,,\; y_i - x_i \geq 0,\; y_i \in \{0, 1\}, \quad (i = 1, 2, ..., n) \tag{3}$$

gdzie:

y_i – zmienna binarna [przyjmująca wartości: $y_i = 1$, gdy instrument finansowy jest w optymalnym portfelu (P_{MO}); $y_i = 0$, gdy instrument finansowy I_f znajduje się poza portfelem optymalnym], to znaczy $\begin{cases} 1, & I_f \in P_{MO} \\ 0, & I_f \notin P_{MO} \end{cases}$,

K – liczba instrumentów w portfelu (wyraża stopień jego dywersyfikacji),

K – model może być rozwiązywany za pomocą algorytmu DAOH (Tymiński, 1990).

Model ze zmodyfikowaną funkcją celu:

$$\max \frac{E(R_{p_A}) - R_f}{V_{P_A}}, \; \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{4}$$

gdzie:

$E(R_{p_A})$ – oczekiwana stopa zwrotu portfela,

V_{P_A} – odchylenie standardowe portfela P_A,

R_f – stopa wolna od ryzyka,

P_A – portfel, który jest warunkowo efektywny, gdy inwestycja wolna od ryzyka nie była dopuszczalna.

W tym modelu występuje maksymalizacja portfela z udziałem instrumentów wolnych od ryzyka. Model ten może być rozwiązany po wprowadzeniu dodatkowych warunków. Warto dodać, że algorytm podany w (Tymiński 1990) umożliwia rozwiązanie tego typu modeli dla portfeli rogowych, czyli portfeli różniących się jednym walorem dodawanym lub pomijanym.

4. Konstrukcje portfelowe z wykorzystaniem programów komputerowych

Do modeli portfelowych rozwiązywanych numerycznie dostępne są dwa serwery MOMIP i CPLEX (por. Szwed 2004). Można je zastosować w modelach:
- portfela indeksowego,
- portfela taksonomicznego TMAI,
- portfela Markowitza,
- EMAD,
- cVar.

Konstrukcja portfela indeksowego opiera się na jednoindeksowym modelu Sharpe'a, którego głównym założeniem jest liniowa zależność między stopami zwrotu z poszczególnych spółek a stopami zwrotu z indeksu. Model matematyczny takiego portfela ma postać:

$$\max \sum_{j=1}^{n} x_j \alpha_j \tag{5}$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \beta_j = 1, \ \sum_{j=1}^{n} x_j = 1, \ 0 \le x_j \le W,$$

gdzie:

x_j oznacza udział *j*-ego waloru w portfelu,
α_j – wartość współczynnika α waloru *j*-ego,
β_j – wartość współczynnika β waloru *j*-ego,
n – liczba rozpatrywanych walorów,
W – maksymalny udział pojedynczej spółki w portfelu.

Model TMAI ma wiele interesujących zalet i pozwala na dokładną ocenę rynkową spółek wykorzystywanych do konstrukcji portfela papierów wartościowych. Jego główną zaletą jest wszechstronne ujęcie czynników oceny fundamentalnej spółek. Stąd też przyjęcie w koncepcji TMAI funkcji dyskryminacyjnej pozwala na określenie miary syntetycznej. Uwzględnia ona wpływ wskaźników na przykład finansowych, rynkowych lub kombinacji tych wskaźników oraz tworzy kryterium dyskryminacji badanych spółek giełdowych, wykorzystując podstawowe charakterystyki rynkowe akcji notowanych na GPW (Gierałtowska 2004: 199). Na podstawie tej miary można wyodrębnić grupy dobrych i złych spółek, co umożliwia efektywną optymalizację modelu TMAI (Tarczyński 2002: 114).

Wykorzystanie funkcji dyskryminacyjnej do trafnego wyodrębnienia zbioru spółek giełdowych umożliwia konstrukcję portfela papierów wartościowych o długim horyzoncie czasu. Wybór właściwej funkcji dyskryminacyjnej w ujęciu prognostycznym wymaga spełnienia przez cechy diagnostyczne (wskaźniki finansowe bądź rynkowe lub ich kombinacje) założeń odnośnie do normalności rozkładu, a także braku istotnej zależności pomiędzy cechami diagnostycznymi (Gierałtowska 2004: 198; Tarczyński 2002).

Markowitz sformułował dwukryterialny model średniej stopy zwrotu i ryzyka, w którym średnia, będąca oczekiwaną stopą zwrotu, jest maksymalizowana, a ryzyko jest minimalizowane. W praktyce jako miarę ryzyka stosuje się wariancję losowej stopy zwrotu.

Model matematyczny portfela jest następujący: $\min \sum_{t=1}^{T} y_t^2$ (6)

przy ograniczeniach: $\frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{j=1}^{n} (R_{jt} - \mu_j) x_j - y_t = 0$ dla $t = 1, ..., T$, $\sum_{j=1}^{n} \mu_j x_j \geq \mu_0$, $x \in Q$,

gdzie:

y_t – suma odchyleń od średnich stóp zwrotu walorów ważona ich udziałami w portfelu w pojedynczym okresie t,

x_j – udział j-ego waloru w portfelu,

$E(R_j) = \mu_j$ – oczekiwana stopa zwrotu z waloru j,

R_{ji} – stopa zwrotu j-ego waloru uzyskana w okresie t

μ_0 – ograniczenie ze względu na oczekiwany zwrot z portfela,

Q – zbiór dopuszczalnych wartości zmiennych x_j,

T – horyzont inwestycji,

n – liczba rozważnych walorów.

Wszystkie omówione modele oparte są na teorii rozkładu normalnego. Jest to istotny mankament, gdyż w dłuższych horyzontach prognozy (4–5 lat) modele te mogą dawać mało precyzyjne rezultaty (Peters 1997). Ze względu na często dość skomplikowaną konstrukcję portfelową także ich optymalizacja jest trudna. Często programowanie kwadratowe z funkcją Lagrange'a nie wystarcza (nawet przy zastosowaniu warunków Kuhna-Tuckera). Stąd koncepcja autorska zaproponowana w pracy *Ekonomiczne aspekty optymalizacji inwestycji długookresowych* (Tymiński 2013) oparta jest na teorii chaosu, z wykorzystaniem współczynnika Hursta. W analizach szeregów czasowych stóp zwrotu można posłużyć się wykładnikiem Hursta. Jest to narzędzie statystyczne umożliwiające analizę szeregów czasowych, a także ułatwiające podział tych szeregów na losowe i nielosowe.

W prowadzonych badaniach, które prowadziły do wyboru akcji spółek giełdowych metodą niezawodnościową, zbadano charakter rozkładu stóp zwrotu ujętych we wskaźniku zmodyfikowanym zmienności $R / \sigma p$. W wyniku przeprowadzonych badań wybrano do konstruowanego portfela trzy spółki – GTC, RPC i WWL. Wykazały one trend wykładniczy, przy czym WWL – trend wzmacniający (wartość wykładnika Hursta ok. liczby 0,7). Spółki te posłużyły do dalszych badań umożliwiających ocenę trwałości i niezawodności portfeli długookresowych.

W prezentowanej koncepcji konstrukcja portfela i jego optymalizacja przebiega w dwóch wariantach. W pierwszym wariancie wykorzystywano w procesie optymalizacji programowanie dynamiczne, natomiast w drugim – mierniki występujące w teorii niezawodności. W procesie konstrukcji i optymalizacji portfela zastosowano program informatyczny Scilab.

Skonstruowane zostały dwa modele portfeli inwestycyjnych akcji. Pierwszy ze wskaźnikiem jakości $R(t) / \sigma(p) \to \max$. Wskaźnik ten wyraża hipotetyczny dochód maksymalizowany metodą programowania dynamicznego za pomocą funkcji trendu stopy zwrotu akcji z 10 okresów. Schemat blokowy procesu obliczeniowego przestawiono na rysunku 1. W wyniku tej procedury ustalono udziały poszczególnych akcji w portfelu, a następnie – określono rzeczywisty numerycznie zoptymalizowany dwukryterialny portfel inwestycyjny.

Dane wejściowe:
— stopy zwrotu akcji spółek (zał. 1)
— WIG, stopy zwrotu indeksu giełdowego (zał. 1)

↓

Obliczanie:
— średniej stopy $\bar{R}_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) (zał. 1)
— składników modeli Sharpe'a (zał. 1)

↓

Estymacja modelu Sharpe'a:
$R_i = \alpha_1 + \beta_i RM + \varepsilon_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$)

↓

Wyznaczenie wariancji portfela:
$\sigma_{pi}^2 = \beta^2 \sigma_M^2 + \sigma_{epi}^2$ ($i = 1, 2, \ldots, n$)
– odchylenia standardowego
$\sigma_{pi} = \sqrt{\sigma_{pi}^2}$

↓

Obliczanie zmodyfikowanych (m) współczynników zmienności:
$Wz(m)_i = \dfrac{\sigma_{pi}}{R(t)}$ oraz $Wz(m)_{pi} \equiv \dfrac{\sigma_{pi}}{\bar{R}}$

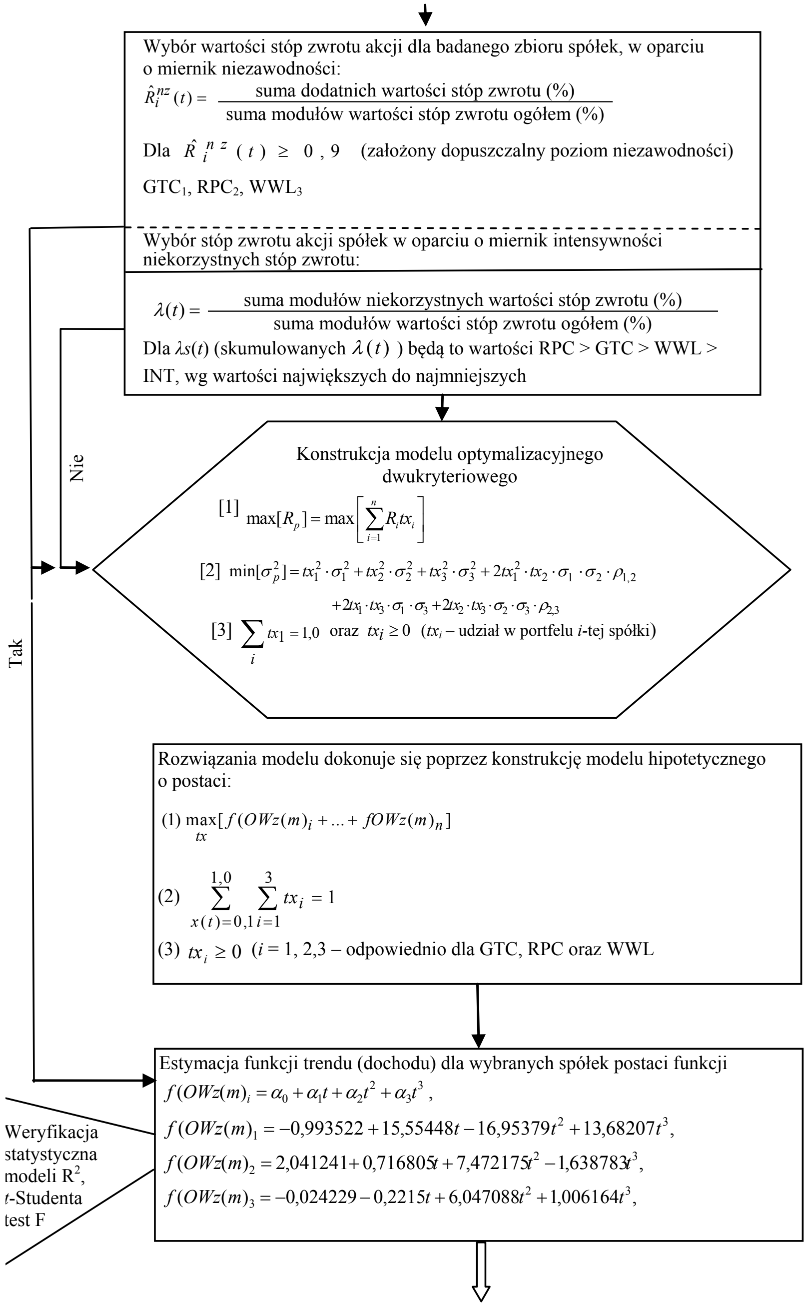
↓

Obliczenie $OWz(m)_i = \dfrac{1}{Wz(m)_i}$ ($i = 1, 2, \ldots, n$)

↓

Określenie funkcji (funkcji „dochodu") trendu o postaci wielomianu trzeciego stopnia:
$f(OWz(m)) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3$, gdzie $t = tx = 0{,}1; 0{,}2, \ldots, 1{,}0$
– oznaczają „środki" (udziały w portfelu).
tx $\{x(t)\}$ – suma dysponowanych wielkości „środków" $x(t)$ dla każdego tx

↓



Wybór wartości stóp zwrotu akcji dla badanego zbioru spółek, w oparciu o miernik niezawodności:
$\hat{R}_i^{nz}(t) = \frac{\text{suma dodatnich wartości stóp zwrotu (\%)}}{\text{suma modułów wartości stóp zwrotu ogółem (\%)}}$
Dla $\hat{R}_i^{nz}(t) \geq 0,9$ (założony dopuszczalny poziom niezawodności)
GTC_1, RPC_2, WWL_3
Wybór stóp zwrotu akcji spółek w oparciu o miernik intensywności niekorzystnych stóp zwrotu:
$\lambda(t) = \frac{\text{suma modułów niekorzystnych wartości stóp zwrotu (\%)}}{\text{suma modułów wartości stóp zwrotu ogółem (\%)}}$
Dla $\lambda s(t)$ (skumulowanych $\lambda(t)$) będą to wartości RPC > GTC > WWL > INT, wg wartości największych do najmniejszych
Nie
Tak
Konstrukcja modelu optymalizacyjnego dwukryteriowego
[1] $\max[R_p] = \max\left[\sum_{i=1}^{n} R_i tx_i\right]$
[2] $\min[\sigma_p^2] = tx_1^2 \cdot \sigma_1^2 + tx_2^2 \cdot \sigma_2^2 + tx_3^2 \cdot \sigma_3^2 + 2tx_1^2 \cdot tx_2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{1,2}$
$+2tx_1 \cdot tx_3 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 + 2tx_2 \cdot tx_3 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 \cdot \rho_{2,3}$
[3] $\sum_i tx_1 = 1,0$ oraz $tx_i \geq 0$ (tx_i – udział w portfelu i-tej spółki)
Rozwiązania modelu dokonuje się poprzez konstrukcję modelu hipotetycznego o postaci:
(1) $\max_{tx}[f(OWz(m)_i + ... + fOWz(m)_n]$
(2) $\sum_{x(t)=0,1}^{1,0} \sum_{i=1}^{3} tx_i = 1$
(3) $tx_i \geq 0$ (i = 1, 2,3 – odpowiednio dla GTC, RPC oraz WWL
Estymacja funkcji trendu (dochodu) dla wybranych spółek postaci funkcji
$f(OWz(m)_i = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3$,
$f(OWz(m)_1 = -0,993522 + 15,55448t - 16,95379t^2 + 13,68207t^3$,
$f(OWz(m)_2 = 2,041241 + 0,716805t + 7,472175t^2 - 1,638783t^3$,
$f(OWz(m)_3 = -0,024229 - 0,2215t + 6,047088t^2 + 1,006164t^3$,
Weryfikacja statystyczna modeli R^2, t-Studenta test F

Rozwiązanie modelu

Procedura programowania dynamicznego według formuły:

Etap I

$$\max F_{1,2}(x(t)) = \max_{0 \le tx \le x(t)} f_1(tx) + f_2(x(t) - tx)$$

Etap II

$$\max F_{1,2,3}(x(t)) = \max_{0 \le tx \le X(t)} [F_{1,2}(tx) + f_3(x(t) - tx)$$

Rezultaty optymalizacji:

$t_{x_1}^{\otimes} = 0{,}9,\ t_{x_2}^{\otimes} = 0{,}1,\ t_{x_3}^{\otimes} = 0$

Wartości optymalne modelu empirycznego:

$R_p = 10{,}07 \cdot 0{,}9 + 5{,}16 \cdot 0{,}1 + 0{,}0 = 9{,}58\ \%$

$$\sigma_p^2 = 0{,}0115 \cdot 0{,}81 + 0{,}004 \cdot 0{,}01 + 0{,}0^2 +$$
$$+ 2 \cdot 0{,}10710 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}063 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}2785 = 0{,}0984$$

$\sigma_p = 0{,}0984 \quad (9{,}84\%)$

$$Wz(R_p) = \frac{9{,}84}{9{,}58} = 1{,}03$$

Portfel z krótką sprzedażą:

R_1(GTC) = 1,01; R_2 (RPC) = –0,01;

R_p = 10,12; σ_p = 10,03;

$Wz(R_p)$ = 0,99.

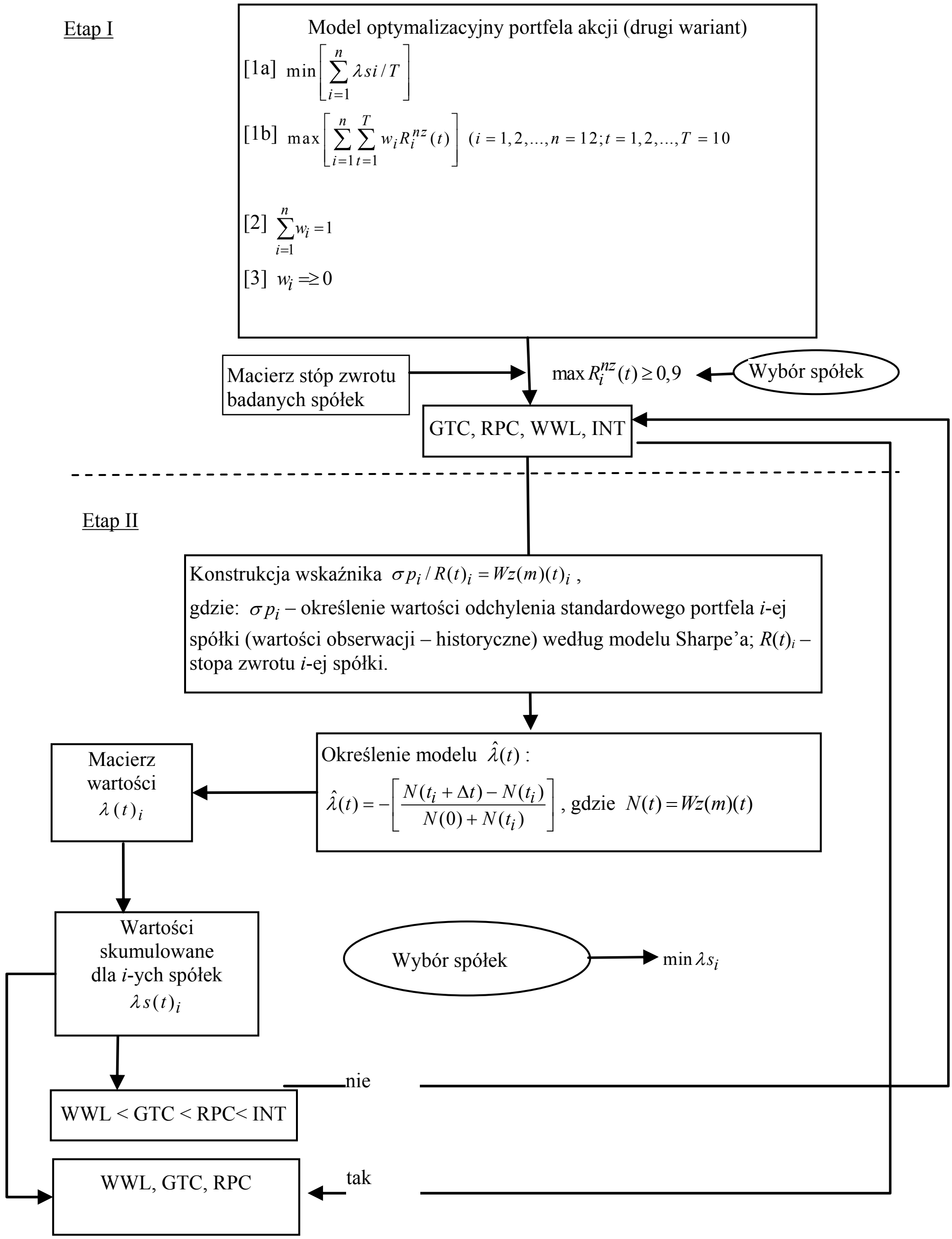
Koniec rozwiązania problemu
(pierwszy wariant)

Rysunek 1. Schemat blokowy modelu dwukryterialnego portfela rynku kapitałowego oparty na teorii niezawodności, rozwiązywany metodą programowania dynamicznego (proces optymalizacji)

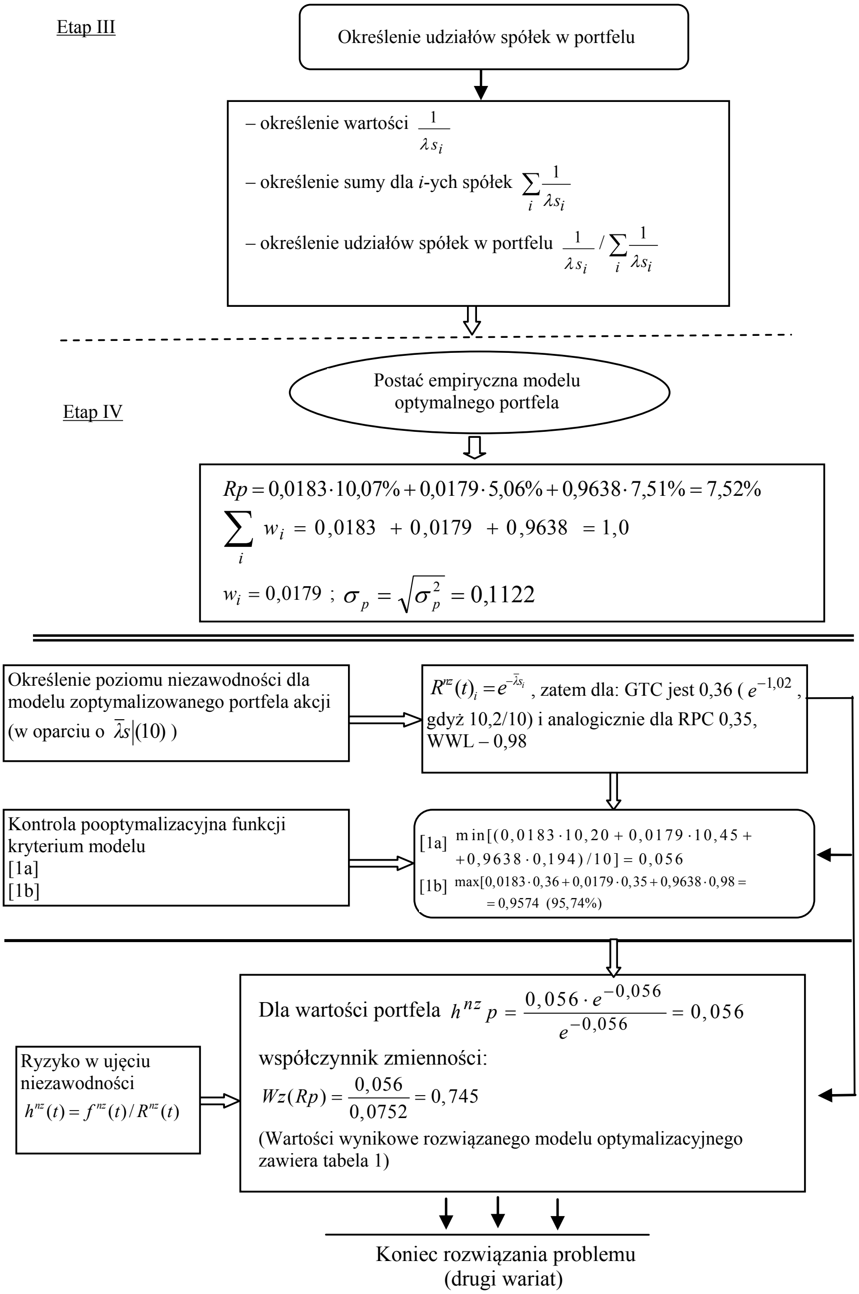
Źródło: opracowanie własne.

W drugim wariancie przyjęto wskaźnik zmienności postaci $\sigma p / R(t)$ ($\rightarrow$ min). Zarówno wybór, jak i optymalizację przeprowadzono przy wykorzystaniu elementów teorii niezawodności. Schemat tego procesu przedstawiono na rysunku 2.

Przeprowadzono również próbę optymalizacji z wykorzystaniem programu informatycznego Scilab. Ponadto skonstruowano model trójkryterialny portfela akcji, wprowadzając do wskaźnika jakości, stanowiącego kryterium oceny portfela, współczynnik asymetrii.



Etap I
Model optymalizacyjny portfela akcji (drugi wariant)
[1a] $\min\left[\sum_{i=1}^{n} \lambda si / T\right]$
[1b] $\max\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} w_i R_i^{nz}(t)\right]$ $(i = 1,2,\ldots,n = 12; t = 1,2,\ldots,T = 10$
[2] $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$
[3] $w_i = \geq 0$
Macierz stóp zwrotu badanych spółek
$\max R_i^{nz}(t) \geq 0,9$
Wybór spółek
GTC, RPC, WWL, INT
Etap II
Konstrukcja wskaźnika $\sigma p_i / R(t)_i = Wz(m)(t)_i$,
gdzie: σp_i – określenie wartości odchylenia standardowego portfela *i*-ej spółki (wartości obserwacji – historyczne) według modelu Sharpe'a; $R(t)_i$ – stopa zwrotu *i*-ej spółki.
Określenie modelu $\hat{\lambda}(t)$:
$\hat{\lambda}(t) = -\left[\frac{N(t_i + \Delta t) - N(t_i)}{N(0) + N(t_i)}\right]$, gdzie $N(t) = Wz(m)(t)$
Macierz wartości $\lambda(t)_i$
Wartości skumulowane dla *i*-ych spółek $\lambda s(t)_i$
Wybór spółek
$\min \lambda s_i$
nie
WWL < GTC < RPC< INT
WWL, GTC, RPC
tak



Rysunek 2. Schemat blokowy modelu optymalizacyjnego portfela inwestycyjnego przy wykorzystaniu wyłącznie miar niezawodności

Źródło: opracowanie własne.

Dodatkowo, celem porównania jakości modeli portfeli zaprezentowanych w procesie badawczym autora z modelami nazywanymi tradycyjnymi (opartymi na programowaniu kwadratowym z wykorzystaniem funkcji Lagrange'a) przeprowadzono konstrukcję portfela z tego samego zbioru akcji spółek, dokonując wyboru akcji do portfeli w oparciu o funkcję użyteczności. Wyniki i ich interpretację przedstawiają tabele 1 i 2.

Tabela 1

Mierniki oceny efektywności autorskich koncepcji konstrukcji modeli portfelowych rynku kapitałowego

Spółki	Portfelowe modele papierów wartościowych według koncepcji autora							
	Wariant I				Wariant II			
	udziały	R_p	σ_p	$Wz(R_p)$	udziały	R_p	σ_p	$Wz(Rp)$
GTC	0,9				0,0183			
RPC	0,1	0,0958	0,0984	1,03	0,0179	0,0752 0,0752	0,1122 0,0560***	1,499 0,745*
WWL	0,0				0,9638			
GTC								
WWL								
APL								
Wariant III ****					Model z uwzględnieniem asymetrii			
KLR								
TFM								
PKO								
GTC								
RPC								
WWL								
GTC	0,850							
WWL	0,127	0,0971	0,104	1,07				
APL	0,023							
KLR					0,0			
TFM					1,0	0,0405	0,0795	0,7792
PKO					0,0	0,0397	0,0778	0,7780**

* Wartość modelu opartego na niezawodności (min $\lambda(t)$).

** Wartości modelu minimalnego ryzyka (w $Wz(Rp)$, uwzględniono także wskaźnik ATFM.

*** Wartość ryzyka opartego na niezawodności (h_p^{nz}).

**** Model rozwiązywany informatycznie.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2

Mierniki oceny efektywności tradycyjnych koncepcji konstrukcji modeli portfelowych rynku kapitałowego

Spółki	*I Model tradycyjny*				*II Model tradycyjny*			
	udziały	R_p	σ_p	$Wz(R_p)$	udziały	R_p	σ_p	$Wz(R_p)$
PKM	–0,271610	0,096	0,0850	0,886	0,127282	0,075	0,052	0,698
GTC	0,686393				0,402137			
RPC	0,252498				0,257634			
WWL	0,332723				0,212948			

Źródło: badania własne.

Synteza otrzymanych wyników – propozycja modelu optymalnego portfela

1. Wartość funkcji użyteczności $\left(u = R - (\sigma + 0{,}2\sigma^2\right)$:
   a) dla wariantów portfeli według koncepcji autorskiej:
   I – 0,00454,
   II – 0,0186;
   b) dla modeli „tradycyjnych”:
   I – 0,00956,
   II – 0,0203.
2. Ocena poziomu niezawodności:
   a) w odniesieniu do koncepcji autorskiej:
   I wariant $R^{nz}(t)$ – 0,3590,
   II wariant $R^{nz}(t)$ – 0,9574;
   b) w odniesieniu do modeli „tradycyjnych”:
   I wariant $R^{nz}(t)$ – 0,6615,
   II wariant $R^{nz}(t)$ – 0,5073.

Wartość ryzyka w drugim wariancie zarówno według koncepcji autora, jak i modelu tradycyjnie skonstruowanego jest zbliżona (h_p^{nz} = 0,052 oraz 0,056).

Uwagi końcowe

Optymalny portfel długookresowej inwestycji na rynku kapitałowym może być tylko jeden. Powinien to być drugi model portfela skonstruowany według koncepcji autorskiej. Decyzję tę uzasadnia wysokie prawdopodobieństwo realizacji, co oznacza niezawodność portfela w długim horyzoncie prognozy. Przykładowo, w okresie pięcioletnim (do 2012 roku) miernik niezawodności dla konstruowanego portfela kształtował się na poziomie 96%, zaś dla modelu tradycyjnego portfela akcji 66%.

Literatura

Gierałtowska U. (2004), *Wykorzystanie funkcji dyskryminacyjnej do podejmowania optymalnych decyzji*, w: *Modelowanie preferencji a ryzyko '04*, red. T. Trzaskalik, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.

Klepacz H., Żółtowska E., Świeszewska D. (2007), *Matematyka dla studentów studiów ekonomicznych*, Absolwent, Łódź.

Modelowanie preferencji a ryzyko (2001), red. T. Trzaskalik, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.

Peters E.E. (1997), *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, WIG Press, Warszawa.

Puglisi A. Saccf S. (2009), *Fractal Geometry for Portfolio Management Problems*, w: *Global and Regional Challenges for the 21st Century Economics*, red. R. Borowiecki, A. Jaki, Foudation of the Cracow–University of Economics, Kraków.

Sadowski W. (1969), *Teoria podejmowania decyzji*, PWE, Warszawa.

Szwed C. (2004), *System informatyczny wspomagający decyzje inwestycyjne*, w: *Modelowanie preferencji a ryzyko*, red. T. Trzaskalik, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.

Tarczyński W. (2002), *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*, PWE, Warszawa.

Tymiński J. (1990), *Dynamiczny algorytm optymalizacji hipotetycznej DAOH*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.

Tymiński J. (2011), *Wybrane aspekty optymalnego sterowania portfelem inwestycyjnym akcji na rynku kapitałowym*, „Ekonomika i Organizacja Gospodarki Żywnościowej. Zeszyty Naukowe SGGW" nr 91.

Tymiński J. (2013), *Ekonomiczne aspekty optymalizacji inwestycji długookresowych*, Wieś Jutra, Warszawa.

Wybrane problemy ilościowej analizy portfeli akcji (2004), red. D. Kopańska-Bródka, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.

Załącznik 1

Stopy zwrotu z 10 okresów miesięcznych

Miesięczne stopy zwrotu akcji (od 1.06.2005 – do 1.03.2006) w %											
	stopa zwrotu r_1	stopa zwrotu r_2	stopa zwrotu r_3	stopa zwrotu r_4	stopa zwrotu r_5	stopa zwrotu r_6	stopa zwrotu r_7	stopa zwrotu r_8	stopa zwrotu r_9	stopa zwrotu r_{10}	ocz. st. zwrotu r_i
APL	–0,64	–3,23	–1,33	–2,36	–9,00	33,84	14,20	9,95	49,32	–6,82	8,39
BDX	3,08	–8,32	0,70	–7,62	0,00	–10,00	5,56	18,42	0,00	4,00	0,58
GRJ	–2,46	2,06	–4,48	23,94	4,17	26,18	1,15	5,41	–3,51	6,44	5,89
GTC	–2,01	18,75	1,50	6,67	–5,56	6,62	18,62	18,02	28,33	9,79	10,07
INT	–5,00	20,62	–0,43	–4,29	–11,21	82,83	4,42	47,62	0,36	7,86	14,28
JTZ	0,72	6,00	6,47	3,67	–8,55	0,13	15,33	–10,98	–10,26	6,80	0,93
KRS	7,14	–12,50	–19,52	5,33	–10,11	–5,00	4,61	0,63	–12,50	3,57	–3,84
PEO	1,13	4,88	8,64	11,01	–13,50	12,10	–0,85	–0,69	8,77	1,06	3,25
PKM	–1,35	12,63	4,04	0,00	6,03	3,66	7,06	2,56	6,43	–1,01	4,01
RPC	9,76	12,13	–2,40	–0,49	3,96	–0,95	17,31	4,51	1,96	5,77	5,16
SKA	6,43	–9,89	–0,41	–8,98	4,48	8,15	5,56	5,26	–1,43	7,97	1,72
WWL	0,63	0,42	2,08	12,47	–2,16	10,29	12,00	1,79	35,67	0,86	7,51
WIG	–4,17	7,42	3,52	7,68	–5,78	6,50	4,28	5,52	4,28	3,01	3,23

Źródło: opracowanie własne w oparciu o dane z gazety „Parkiet".

THE ECONOMIC ASPECTS OF CONSTRUCTING AND OPTIMISING LONG-TERM INVESTMENT PORTFOLIOS ON THE CAPITAL MARKET

Abstract: *Purpose* – The aim of the article is presentation aspects of construction and optimisation investment portfolios on the capital market. The article presents an outline of methods used to construct and optimise investment portfolios with securities.
Methodology – The article discusses the method of quadratic programming with the Lagrange function and Kuhn-Tucker conditions, which is usually used. Other methods are also presented, for instance the Beal method that can help solve quadratic programming problems with a concave objective function. A major weakness of the portfolio models discussed in the article, particularly of the long-term portfolios, is that the rates of return are expected to have a normal distribution. Hence authors proposed a concept for the construction and optimisation of long-term portfolios.
Originality/Value – In the presented concept can be constructed portfolios using bi- and tri-criterion models. The concept makes use of chaos theory and the Hurst exponent with which the distribution of rates of return can be identified, regardless of whether it is random or forms a trend. Companies for the portfolio built according to the author's concept were selected using reliability theory. The portfolio was optimized with a dynamic programming method and tools drawn from reliability theory.
Result – For the sake of comparison, using a "traditional" quadratic programming method and the Lagrange functionan alternative portfolio was created, the companies for which were selected according to the utility function. The results generated by the traditional portfolio were inferior to those obtained from the portfolio proposed by the author.

Keywords: optimisation, multi-criterial approach, dynamic programming, reliability, long-term sustainability

Cytowanie

Tymiński J., Tymińska M. (2015), *Aspekty ekonomiczne konstrukcji i optymalizacji długookresowych portfeli inwestycyjnych na rynku kapitałowym*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 892, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia" nr 78, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 83–97; www.wneiz.pl/frfu.