

Zastosowanie kowariancji do szacowania spreadu *bid-ask* dla akcji notowanych na GPW w Warszawie

Paweł Porcenałuk*

Streszczenie: Polski rynek kapitałowy rozwija się w każdym aspekcie, co prowadzi do wzrostu płynności notowanych instrumentów. Poziomą płynność można mierzyć za pomocą pewnych mierników, a jednym z nich jest spread *bid-ask*. Łatwo jest oszacować tę miarę podczas trwającej sesji, gdy jest dostęp do arkusza zleceń, lecz problem pojawia się po zakończeniu sesji giełdowej. Spread *bid-ask* ma ogromne znaczenie w teorii i praktyce rynku, lecz jego wartości nie są publikowane w oficjalnych statystykach po zakończeniu sesji giełdowej. Istnieje jednak możliwość oszacowania spreadu z wykorzystaniem estymatorów. Problemem jest efektywność uzyskanych wyników.

Słowa kluczowe: giełda, ryzyko płynności, spread *bid-ask*, estymatory spreadu

Wprowadzenie

Jednym z teoretycznych założeń, jakie przyjmuje się na rynku kapitałowym, jest założenie o doskonałej płynności instrumentów finansowych na nim notowanych. Jednak założenie to w praktyce rynku kapitałowego z reguły nie jest spełnione. Wysoka płynność oznacza potencjalną możliwość rozpoczęcia i zakończenia inwestycji w krótkim czasie bez istotnego i długotrwałego wpływu na rynkową cenę instrumentu finansowego. Jak potwierdzają wartości wskaźników, płynności przypadków instrumentów finansowych cechujących się wysoką płynnością jest niewiele. Jednym ze wskaźników płynności powszechnie stosowanych na rynku kapitałowym jest spread *bid-ask*. Wskaźnik ten to różnica cen z najlepszych ofert sprzedaży i kupna. W praktyce rynku wartość spreadu ma ogromne znaczenie dla inwestorów, gdyż może być kilkukrotnie większa niż procentowy poziom prowizji pobieranych przez biura maklerskie, a zatem w przypadku aktywnych inwestorów istotnie wpływać na osiągnięte stopy zwrotu.

Pomimo dużego znaczenia spreadu *bid-ask* jego wartości dla poszczególnych instrumentów finansowych nie są publikowane w oficjalnych statystykach po zakończeniu sesji. Istnieje zatem potrzeba oszacowania wartości spreadów *bid-ask* z wykorzystaniem odpowiednich estymatorów. Jednym z rozwiązań jest estymator wykorzystujący kowariancję przyrostów cen. Głównym celem niniejszego badania będzie porównanie efektywności estymatorów wykorzystujących kowariancję oraz pozostałych estymatorów w celu wskazania najlepszego rozwiązania.

* dr Paweł Porcenałuk, Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, e-mail: pawel.porcenałuk@ue.wroc.pl

1. Miary płynności na rynku kapitałowym

Nieustanny rozwój polskiego rynku kapitałowego to m.in. pojawiający się nowi uczestnicy rynku (inwestorzy i pośrednicy), nowe instrumenty finansowe czy spadek kosztów transakcyjnych. Rozwojowi rynku towarzyszy wzrost płynności, ta zaś przyciąga nowych uczestników rynku skuszonych zmniejszaniem się kosztów przeprowadzania transakcji na instrumentach finansowych, które leżą w kręgu ich zainteresowania.

Aby utrzymać wśród uczestników rynku kapitałowego zainteresowanie rynkiem, instytucjom takim jak Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie zależy na wroście płynności instrumentów finansowych. Oznacza to, że w przypadku niektórych instrumentów finansowych konieczna jest obecność takich uczestników rynku, jak market-maker czy animator obrotu. Rolą tych podmiotów jest zwiększanie płynności instrumentów finansowych, a zadanie to wykonują poprzez wystawianie w arkuszu zleceń ofert kupna i/lub sprzedaży określonej ilości instrumentu finansowego.

Inwestor powinien mieć na uwadze, że z każdą inwestycją nierozzerwalnie są związane potencjalna stopa zwrotu oraz ryzyko uzyskania stopy zwrotu na innym poziomie. Jednym z czynników ryzyka, które może spowodować, że nie zostanie osiągnięta oczekiwana stopa zwrotu, jest ryzyko płynności. Pomiar płynności może odbywać się za pomocą kilku miar, jednak istotna jest prawidłowa interpretacja otrzymanych wyników, jak również istnieje potrzeba uwzględnienia kilku miar łącznie. W grupie najpopularniejszych miar płynności znajdują się (Wojtasiak 2003; Porcenaluk 2012):

- a) spread *bid-ask* – różnica cen z najlepszych ofert sprzedaży i kupna, wartości mniejsze mogą świadczyć o większej płynności;
- b) liczba transakcji – pokazuje aktywność inwestorów, wartości większe mogą świadczyć o większej płynności danego instrumentu finansowego;
- c) wolumen obrotów – ilość instrumentów finansowych, które zmieniły właściciela, wartości większe mogą świadczyć o większej płynności;
- d) wartość obrotów – wolumen obrotów przemnożony przez ceny w zawartych transakcjach, wartości większe mogą świadczyć o większej płynności;
- e) ilość instrumentów finansowych znajdujących się w wolnym obrocie – ilość instrumentów finansowych, które nie są w posiadaniu inwestorów długoterminowych, wartości większe mogą świadczyć o większej płynności;
- f) relacja wolumenu ofert kupna do ofert sprzedaży – wartość w pobliżu 1 to potencjalna równowaga między płynnością strony popytowej i podażowej.

2. Znaczenie spreadu *bid-ask* w teorii i praktyce rynku

W teorii i praktyce rynku finansowego nie wolno pomijać aspektu płynności inwestycji. Płynność ma istotne znaczenie teoretyczne m.in. jako jedno z założeń modeli teoretycznych.

Płynność w praktyce rynku to czynnik decydujący o szybkości otwarcia lub zamknięcia pozycji, jak również czynnik decydujący o kosztach przeprowadzenia tej operacji.

Z wcześniej wymienionych miar płynności analiza liczby transakcji, wolumenu obrotów, ilości instrumentów finansowych znajdujących się w wolnym obrocie oraz relacji wolumenu ofert kupna do wolumenu ofert sprzedaży pozwoli oszacować przybliżony czas potrzebny do otwarcia lub zamknięcia pozycji na danym rynku. Natomiast analiza spreadu *bid-ask* w połączeniu z poziomem prowizji maklerskich pozwoli oszacować koszt przeprowadzenia całej operacji.

W przypadku spreadu *bid-ask* należy pamiętać, że im mniejsze przyjmuje wartości, tym koszty przeprowadzenia transakcji są niższe, tym krótszy jest czas przeprowadzenia transakcji, tym większą płynnością cechuje się rynek (efekt kuli śnieżnej), tym bardziej są również spełnione założenia teoretycznych modeli o doskonałej płynności. Mimo ogromnego znaczenia spread nie jest wielkością podawaną w oficjalnych posesyjnych statystykach, np. w Cedule Giełdowej.

3. Estymatory spreadu *bid-ask*

Wyznaczenie spreadu *bid-ask* w trakcie trwania sesji giełdowej, przy dostępie do cen rynkowych, nie stanowi większego problemu. W takiej sytuacji należy od ceny z najlepszej ofert sprzedaży odjąć cenę z najlepszej oferty kupna danego instrumentu finansowego. W trakcie sesji giełdowej wartość spreadu zmienia się wraz ze zmianami cen w najlepszych ofertach.

W sytuacji, gdy konieczne jest poznanie wartości spreadu *bid-ask* po zakończonej sesji lub tym bardziej wartości historycznych spreadu, napotyka się na polskim rynku na problem z brakiem dostępnych informacji. W takiej sytuacji mogą być pomocne estymatory spreadu.

Jedną z pierwszych propozycji był estymator wykorzystujący kowariancję przyrostów cen (Roll 1984). Przy założeniu, że cena średnia z najlepszych ofert kupna i sprzedaży oraz przepływ zleceń w arkuszu zleceń są losowe, a spread *bid-ask* jest stały, estymator wartości spreadu ma postać:

$$spread_R = 2\sqrt{-cov \Delta S_t, \Delta S_{t-1}}$$

Według założeń w przypadku rynku efektywnego następujące po sobie transakcje mają równe prawdopodobieństwo bycia albo transakcjami kupna, albo transakcjami sprzedaży, w takim przypadku kowariancja między zmianami cen jest ujemna i bezpośrednio zależna od wielkości spreadu *bid-ask*. Jeśli założenia nie są spełnione, estymator ten nie jest nieobciążony, pojawiają się problemy z estymacją spreadu. Główne zarzuty, jakie kieruje się pod adresem tego estymatora, to silne założenie o stałości spreadu *bid-ask*. Jeśli spread jest zależny od czasu, estymator będzie przeszacowywał wartości spreadu.

Choi, Salandro i Shastri rozszerzyli estymator Rolla przez usunięcie założenia o jednakowym prawdopodobieństwie następujących po sobie transakcji (Choi i in. 1988). Estymator wartości spreadu *bid-ask* ma postać:

$$spread_{CSS} = \frac{\sqrt{-cov \Delta S_t, \Delta S_{t-1}}}{1 - \delta}$$

gdzie δ oznacza prawdopodobieństwo warunkowe, że następna transakcja (po cenie kupna/sprzedaży) będzie taka sama, jak obecna transakcja. W przypadku gdy $\delta = 0,5$, estymator CSS redukuje się do estymator Rolla.

Chu, Ding oraz Pyun rozszerzyli estymator Rolla o zależność między transakcją obecną a wcześniejszą (Chu i in. 1996). Estymator wartości spreadu *bid-ask* ma postać:

$$spread_{CDP} = \sqrt{\frac{-cov \Delta S_t, \Delta S_{t-1}}{1 - \delta} \frac{1}{1 - \alpha}}$$

gdzie α oznacza warunkowe prawdopodobieństwo tego, że wcześniejsza transakcja jest tego samego typu, jak transakcja obecna. Jeśli $\alpha = \delta$ – estymator spreadu CDP jest równy estymatorowi CSS. Gdy $\alpha = \delta = 0,5$ – estymator CDP jest równy estymatorowi Rolla.

W celu estymacji prawdopodobieństw α oraz δ transakcje są klasyfikowane jako kupna lub sprzedaży z użyciem testu zaproponowanego przez Lee i Ready'ego (1991).

Inną propozycję estymatora spreadu *bid-ask* zaproponowali Thompson i Waller (1987). Autorzy estymatora sugerują, że wartość spreadu jest zależna od średniej ze zmian cen, z pominięciem przypadków braku zmiany cen, wartości spreadu *bid-ask* będą wyznaczone z wykorzystaniem wartości bezwzględnych przyrostów cen na zakończenie kolejnych sesji. Estymator wartości spreadu *bid-ask* ma postać:

$$spread_{TW} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Delta S_t$$

Ten prosty estymator należy do grupy estymatorów opartych na momentach i – jak pokazują wyniki badań z rynku amerykańskiego – wartości spreadu *bid-ask* nim wyznaczone są nieco lepsze niż dla estymatorów bardziej złożonych (Anand, Karagozoglu 2006). Wyniki te uzasadniają potrzebę uwzględnienia tego prostego estymatora w niniejszym badaniu w celu zestawienia ich z wynikami dla estymatorów wykorzystujących kowariancję.

Dla porównania efektywności estymatorów spreadu *bid-ask* wykorzystujących kowariancję i ceny zamknięcia sesji w badaniu wykorzystano również najnowszą propozycję estymatora, którego wartość jest zależna m.in. od cen minimalnych i maksymalnych podczas sesji giełdowej (Corwin, Schultz 2012). Estymator wartości spreadu *bid-ask* ma postać:

$$spread_{CS} = \frac{2(e^\alpha - 1)}{1 + e^\alpha}$$

$$\beta = \left(\ln \frac{H_t}{L_t} \right)^2 + \left(\ln \frac{H_{t+1}}{L_{t+1}} \right)^2; \quad \gamma = \left(\ln \frac{H_{t,t+1}}{L_{t,t+1}} \right)^2; \quad \alpha = \frac{\sqrt{2\beta} - \sqrt{\beta}}{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{\gamma}{3 - 2\sqrt{2}}}$$

gdzie:

H_t – cena maksymalna podczas sesji t ;

L_t – cena minimalna podczas sesji t ;

$H_{t,t+1}$ – cena maksymalna podczas dwóch sesji, tj. t oraz $t+1$;

$L_{t,t+1}$ – cena minimalna podczas dwóch sesji, tj. t oraz $t+1$.

Autorzy estymatora założyli stałość wartości spreadu *bid-ask* w ramach dwóch sąsiadujących sesji oraz proporcjonalny względem czasu przyrost zmienności cen. Z listy wymienionych powyżej estymatorów to pierwszy, który wykorzystuje cenę maksymalną i cenę minimalną podczas sesji. Autorzy estymatora zakładają, że cena maksymalna podczas sesji wyznaczana jest przez kupujących (po cenie z najlepszej oferty sprzedaży), a cena minimalna przez sprzedających (po cenie z najlepszej ofert kupna, jaka znajduje się w arkuszu zleceń).

W przypadku tego estymatora mogą pojawić się sesje, dla których przyjmuje on wartości ujemne. Jedną z propozycji proponowanych w literaturze jest zastąpienie wartości ujemnych wartościami zerowymi. Nieco lepsze oszacowania uzyskuje się w przypadku pominięcia ujemnych wartości w obliczeniach.

4. Badanie efektywności estymatorów

Badanie przeprowadzono na danych z okresu 2001–2013. Ze spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie jedynie 87 spółek było notowanych w systemie notowań ciągłych w całym badanym okresie i to na nich skoncentrowano obliczenia. W badaniu nie brano pod uwagę spółek, które w okresie 2001–2013 zostały wycofane z obrotu publicznego, oraz tych, które zmieniły system notowań, ponieważ w estymatorze, którego autorami są Corwin i Schultz, wykorzystuje się informację o cenie maksymalnej i minimalnej podczas sesji. Pominięto spółki, które trafiły do obrotu giełdowego po 2001 roku. W przypadku listy spółek oraz NFI uwzględniono również zmiany nazw (kilkanaście przypadków), aby nie pominąć ich w obliczeniach.

W niniejszym badaniu pominięto okres do 2000 roku włącznie, gdyż każde wydłużenie o rok spowodowało istotny spadek liczby spółek, które były notowane w całym, wydłużonym okresie w systemie notowań ciągłych. Podjęto również decyzję o nieskracaniu wybranego okresu i choć wiąże się to z przyrostem liczby spółek, istnieje jednak potrzeba analizy płynności w dłuższym horyzoncie uwzględniającym m.in. załamanie cen po zakończeniu hossy internetowej.

Badany okres został podzielony na okresy roczne. Dla każdego z okresów, dla każdej ze spółek oraz akcji NFI uzyskano rzeczywiste wartości spreadu *bid-ask*. Wartości spreadu podawane są w punktach bazowych, są to wartości tuż przed zawarciem transakcji i jest to wartość średnia dla danej spółki w danym roku. Ważne jest też, że to wartość ważona obrotami. W ogólnodostępnych serwisach i bazach danych z dostępem bezpłatnym i płatnym nie ma innych informacji o wartościach spreadu *bid-ask*, np. spreadu dla poszczególnych sesji czy wartości spreadu, który uwzględniałby każdą zmianę cen ofert z arkusza zleceń.

Następnie dla każdego z rocznych okresów, z wykorzystaniem cen zamknięcia sesji oraz cen minimalnych i maksymalnych w przypadku estymatora CS, dla każdej ze spółek i akcji

NFI zostały wyznaczone wartości estymatorów spreadu *bid-ask*. Wartości te porównano z rzeczywistymi wartościami spreadu w wykorzystaniem błędów mean error (ME), mean absolute error (MAE) i root mean squared error (RMSE).

W tabeli 1 umieszczono średnie wyniki błędów, jakie uzyskano dla całej grupy spółek dla całego okresu. Wyniki podano w punktach bazowych. W obliczeniach uwzględniono przypadki, gdy w danym roku było możliwe wyznaczenie estymatorów wykorzystujących kowariancję (48,9% przypadków).

Tabela 1

Wartości ME, MAE, RMSE estymatorów spreadu *bid-ask* w okresie 2001–2013

	ME	MAE	RMSE
TW (Thompson, Waller)	0,3	84,1	111,5
R (Roll)	-8,5	86,3	124,5
CSS (Choi, Salandro, Shastri)	-54,8	97,7	132,6
CDP (Chu, Ding, Pyun)	-54,7	97,6	132,5
CS (Corwin, Schultz $uj = 0$)	-100,7	112,3	158,4
CS (Corwin, Schultz bez ujemnych)	-55,7	101,1	143,6

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku gdy spełnione są założenia estymatorów wykorzystujących kowariancję, najmniejsze wartości błędów ma estymator TW, szczególnie w przypadku błędu średniego. Estymatory CS oraz CSS i CDP systematycznie zaniżały wartości spreadu. Korzystanie z estymatora TW jest dużo prostsze i nie ogranicza się jedynie do przypadków występowania ujemnej kowariancji.

Jeśli natomiast w obliczeniach uwzględną się wszystkie obserwacje, tj. wszystkie spółki, w każdym z okresów rocznych pozostają estymatory TW oraz CS. Wyniki w tabeli 2 podano w punktach bazowych.

Tabela 2

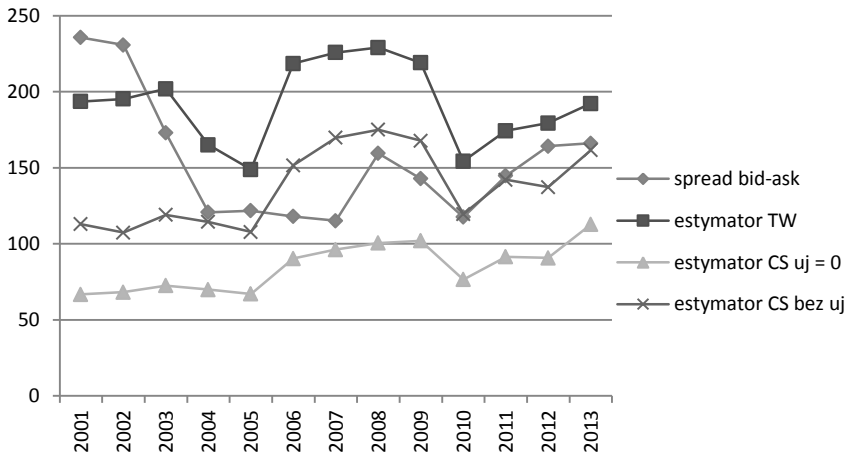
Wartości ME, MAE, RMSE estymatorów TW oraz CS w okresie 2001–2013

	ME	MAE	RMSE
TW (Thompson, Waller)	37,5	88,7	108,5
CS (Corwin, Schultz $uj = 0$)	-69,6	83,3	109,3
CS (Corwin, Schultz bez ujemnych)	-17,2	82,2	106,9

Źródło: obliczenia własne.

Biorąc pod uwagę wartości błędów z tabeli 2 oraz problemy ze stosowaniem estymatorów opartych na kowariancji, stwierdzono, że najlepszym estymatorem spreadu *bid-ask* jest estymator wykorzystujący ceny maksymalną i minimalną podczas sesji, przy założeniu, że wartości ujemne spreadu zostają pominięte.

Rzeczywiste wartości w punktach bazowych spreadu *bid-ask* oraz wartości estymowane za pomocą estymatorów TW oraz CS przedstawiono na rysunku 1.



Rysunek 1. Wartości spreadu *bid-ask* – rzeczywiste i estymowane w okresie 2001–2013

Źródło: obliczenia własne.

Zauważalny jest fakt, że wartości estymatora TW są większe niż rzeczywiste wartości spreadu *bid-ask*, natomiast wartości estymatora CS przy założeniu zerowych wartości ujemnego spreadu zaniżają spread średnio o około 70 pb.

Uwagi końcowe

Wartości błędów oszacowania, jakie uzyskano dla estymatorów w niniejszym badaniu, wskazują raczej na słabą ich efektywność. Jeśli ograniczyć się jedynie do przypadków, w których było możliwe wyznaczenie wartości estymatora Rolla, najmniejsze wartości błędów MAE oraz RMSE uzyskano dla estymatora, którego autorami są Thompson i Waller – odpowiednio 84,1 pb oraz 111,5 pb. Co ciekawe, wartości błędów ME są na poziomie 0,3 pb. Największe wartości błędów uzyskano dla estymatora, którego autorami są Corwin i Schultz, jeśli zastosuje się założenie o zerowych wartościach ujemnego spreadu. W takim przypadku wartości błędów ME to $-100,7$ pb, a MAE 112,3 pb, RMSE 158,4 pb. Estymator ten przyjmuje dużo mniejsze wartości niż spread rzeczywisty w danym okresie. Nieco lepsze wartości błędów uzyskano w przypadku, gdy ujemne wartości spreadu zostają pominięte w obliczeniach. W takim przypadku wartości błędów są porównywalne do tych uzyskanych dla estymatorów wykorzystujących kowariancję. W obliczu problemów z uzyskaniem wartości dla estymatorów z kowariancją stosowanie estymatora uwzględniającego cenę maksymalną i minimalną podczas sesji jest uzasadnione.

Jeśli natomiast ograniczyć się do przypadków, w których wyznaczenie estymatorów z kowariancją nie było możliwe (48,9% przypadków), nieco mniejsze wartości błędów uzyskuje się dla estymatora uwzględniającego ceny maksymalne i minimalne podczas sesji przy pomijaniu spreadów ujemnych.

Z każdym estymatorem uwzględnionym w niniejszym badaniu pojawia się jakiś problem, np. dodatnia kowariancja czy ujemne wartości spreadu w estymatorze CS. Innym problemem jest również fakt, że te estymatory nie radzą sobie w przypadku spółek o niskiej płynności z niewielką liczbą transakcji i brakiem zmienności wewnątrz sesji. Uzyskane wartości spreadu dla spółek „groszowych” również pozostawiają wiele do życzenia. Istnieje zatem potrzeba wykorzystania innego podejścia do estymacji, aby uzyskane oszacowania cechowały się mniejszymi błędami i były niewrażliwe na słabą płynność części spółek notowanych na GPW w Warszawie.

Literatura

- Anand A., Karagozoglu A. (2006), *Relative performance of bid ask spread estimators: futures market evidence*, „Journal of International Financial Markets, Institutions and Money”, vol. 16, s. 231–245.
- Choi J., Salandro D., Shastri K. (1988), *On the estimation of bid ask spreads: theory and evidence*, „The Journal Financial and Quantitative Analysis”, vol. 23, s. 219–230.
- Chu Q., Ding D., Pyun C. (1996), *Bid ask bounce and spreads in the foreign exchange futures market*, „Review of Quantitative Finance and Accounting”, vol. 6, s. 19–37.
- Corwin S., Schultz P. (2012), *A Simple Way to Estimate Bid-Ask Spreads from Daily High and Low Prices*, „The Journal of Finance”, vol. 67, s. 719–760.
- Lee C., Ready M. (1991), *Inferring trade direction from intraday data*, „Journal of Finance”, vol. 46, s. 733–746.
- Porcenaluk P. (2012), *Analiza wybranych miar ryzyka płynności dla akcji notowanych na GPW w Warszawie w latach 2001–2011*, Prace Naukowe UE we Wrocławiu nr 323, Wrocław 2012, s. 289–297.
- Roll R. (1984), *A simple implicit measure of the effective bid-ask spread in an efficient market*, „The Journal of Finance”, vol. 39, s. 1127–1139.
- Thompson S., Waller M. (1987), *The execution cost of trading in commodity futures markets*, „Food Research Institute Studies”, vol. 20, 141–163.
- Wojtasiak A. (2003), *Ryzyko płynności na rynku instrumentów pochodnych. Wprowadzenie*, Prace Naukowe AE we Wrocławiu nr 990, Wrocław, s. 388–393.

COVARIANCE APPLICATION IN BID-ASK SPREAD ESTIMATION FOR SHARES LISTED ON THE WARSAW STOCK EXCHANGE

Abstract: Polish capital market is developing in every aspect and it contributes to the gradual raising of the market liquidity. The level of the market liquidity can be measured by bid-ask spread measure. It is easy to calculate spread value during the trading session. The problem arises after the trading session. Bid-ask spread is very important in theory and practice. Unfortunately the value of this measure is not published in the official statistics at the end of the trading session. It turns out that it is possible to estimate bid-ask spread from daily prices. However, in some cases estimators efficiency is insufficient.

Keywords: stock exchange, liquidity risk, bid-ask spread, spread estimators