

Zastosowania modeli szarych klasy GM(1,1) w analizie finansowych szeregów czasowych. Badania symulacyjne

Stanisław Barczak*

Streszczenie: Modele szare wywodzą się z zaproponowanej w 1982 roku przez Deng Ju-Longa teorii szarych systemów informacyjnych. Teoria ta zakłada, że proces modelowania przebiega w warunkach niepełnej (szarej) informacji. Teoria wskazuje na istnienie pełnej informacji (białej), niepełnej informacji (szarej) oraz całkowity brak informacji (czarnej). W klasycznej teorii szeregów czasowych proces modelowania przebiega na odpowiedni długich szeregach czasowych. Modele klasy GM(1,1) pozwalają na budowę prognoz dopuszczalnych na podstawie ultrakrótkich szeregów czasowych (4 realizacje). W artykule przedstawiono możliwości zastosowania modeli szarych GM(1,1) jako alternatywę dla klasycznej teorii szeregów czasowych poprzez pryzmat oceny jakości uzyskiwanych prognoz.

Słowa kluczowe: modele szare, ekonometria, prognozowanie, szeregi czasowe

Wprowadzenie

Celem artykułu jest zaprezentowanie zdolności prognostycznych modeli szarych klasy GM(1,1) poprzez analizę symulacyjną uzyskiwanych błędów *ex post* prognoz z jednoczesnym odniesieniem do długości szeregu czasowego. W tym celu zostaną zaprezentowane dwa modele: podstawowy model szary GM(1,1) i model szary z korektą Fouriera FGM(1,1). Zakłada się, że model FGM(1,1) jest modelem dokładniejszym ze względu na elastyczność – możliwości adaptacyjne do przebiegu procesu – oraz ze względu na zgodność kierunku prognoz z rzeczywistym kierunkiem zmiennej prognozowanej.

Modele szare stanowią ciekawą alternatywę w analizie szeregów czasowych oraz w klasycznej teorii prognozy ekonometrycznej. W obu przypadkach budowa prognoz punktowych czy przedziałowych wymaga pewnej historii procesu. Zazwyczaj historia ta jest relatywnie długa. W praktyce powoduje to konieczność konstruowania odpowiednio długich szeregów czasowych. W teorii szarych systemów zakłada się z góry, że informacja o procesie jest ograniczona, co w przypadku prognoz oznacza wprost skrajne ograniczenie długości szeregu czasowego, na podstawie którego prognoza jest budowana (Sroczyńska-Baron 2012). Podejście takie jest niewątpliwie dyskusyjne. Za powód do takiej dyskusji można przyjąć dwa podstawowe argumenty. Po pierwsze, krótki szereg czasowy uniemożliwia identyfikację

* dr Stanisław Barczak, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, e-mail: stanislaw.barczak@ue.katowice.pl

rozkładu jego realizacji oraz weryfikację modelu zgodną z powszechnie przyjętymi klasycznymi założeniami ekonometrii. Po drugie, niemożliwa staje się ocena stacjonarności bądź jej braku w odniesieniu do zmiennej prognozowanej, co w praktyce może stwarzać poważne problemy interpretacyjne (Barczak 2013).

Z drugiej jednak strony modele szare są interesujące z punktu widzenia dopuszczalności prognoz. Prognozy budowane na podstawie długich szeregów czasowych i uznane za dopuszczalne mogą i są budowane na tym samym progu dopuszczalności na podstawie bardzo krótkich szeregów czasowych. Podobnie ma się problem uzyskiwanej trafności prognoz. Prognozy trafne są uzyskiwane zarówno na podstawie długich, jak i krótkich szeregów czasowych. Konsekwencją jest też czas budowy prognoz. W przypadku modeli szarych uzyskanie prognozy następuje w czasie bardzo krótkim. Długie szeregi czasowe wymagają dłuższych i zazwyczaj skomplikowanych formalnie analiz. Argumentem przeciw jest jednak zbyt upraszczanie rzeczywistych procesów. Niemożliwe jest też spojrzenie na rozważany problem z punktu widzenia szerszej perspektywy.

Szare modele nie są rozwiązaniem problemów prognostycznych w ekonometrii. Stanowią jednak bardzo ciekawe narzędzie w przypadku, gdy historia jest bardzo krótka, gdy ewolucja procesu jest w fazie początkowej. Stanowią również ciekawe uzupełnienie metod klasycznych prognozowania w ekonometrii.

1. Modele szare GM(1,1), FGM(1,1)

W literaturze przedmiotu ogólna postać modelu szarego wyrażana jest jako $GM(n, m)$, gdzie: n stanowi rząd szarego równania różnicowego, a m jest liczbą zmiennych. W artykule będą rozważane modele podstawowe $GM(1,1)$. W modelach szarych bardzo ważnym założeniem jest, że zmienna prognozowana jest dodatnio określona, co z punktu widzenia finansowych szeregów czasowych (stóp zwrotu) stanowi poważne ograniczenie. Szereg czasowy z dodatnio określonymi realizacjami w postaci wektora wierszowego dany jest jako (Liu, Lin 2010: 107; Chia-Nan Wang, Van-Thanh 2014: 1):

$$x^{(0)} = x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n) \quad \text{dla } n \geq 4 \quad (1)$$

gdzie:

n – długość szeregu czasowego.

Empiryczne realizacje szeregu czasowego zostają przekształcone poprzez zastosowanie procedury AGO². Powoduje to uzyskanie monotonicznie rosnących realizacji zmiennej prognozowanej. W wyniku zastosowania operatora AGO otrzymuje się nową zmienną daną jako (Liu, Lin 2010: 107; Chia-Nan Wang, Van-Thanh 2014: 1):

$$x^{(1)} = x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n) \quad \text{dla } n \geq 4 \quad (2)$$

² AGO – Accumulating Generation Operator: szereg czasowy skumulowanych realizacji.

gdzie:

$$x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1) \tag{3}$$

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad \text{dla } k = 2, 3, \dots, n \tag{4}$$

Przyjmijmy dalej, że szereg czasowy średnich zmiennej $x^{(1)}(k)$ dany jest jako (Liu, Lin 2010: 107; Chia-Nan Wang, Van-Thanh 2014: 1):

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}((k) + (k - 1)) \quad \text{dla } k = 2, 3, \dots, n \tag{5}$$

Model $GM(1,1)$ można wyrazić w postaci równania różniczkowego rzędu pierwszego w następującej postaci:

$$\frac{dx^{(1)}(k)}{dk} + ax^{(1)}(k) = b \tag{6}$$

gdzie:

a, b – parametry modelu.

Rozwiązaniem równania (Sroczyńska-Baron 2012) jest funkcja odpowiedzi na impuls dana jako:

$$\tilde{x}^{(1)}(k) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-a(k-1)} + \frac{b}{a} \tag{7}$$

gdzie:

a, b – parametry modelu uzyskane metodą najmniejszych kwadratów,

$\tilde{x}^{(1)}(k)$ – prognoza zmiennej x w punkcie k .

Parametry równania (7) są szacowane metodą najmniejszych kwadratów i dane następującą formułą (Chia-Nan Wang, Van-Thanh 2014:1):

$$[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = (\mathbf{P}'\mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}'\mathbf{X}^{(0)} \tag{8}$$

gdzie:

$$\mathbf{X}^{(0)} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

Prognozy – wygładzone realizacje zmiennej $x^{(0)}(k)$ – dane są następującą formułą (operator IAGO³):

$$\tilde{x}^{(0)}(k) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-a(k-1)} (1 - e^a) \quad (9)$$

Formuła (9) stanowi realizację teoretyczną $\tilde{x}^{(0)}(k)$ zmiennej prognozowanej $x^{(0)}(k)$ szeregu czasowego uzyskane podstawowym modelem szarym GM(1,1) (Liu, Lin 2010: 107).

W celu zwiększenia dokładności i tym samym większej elastyczności modelu wprowadzono korektę prognoz uzyskanych modelem szarym GM(1,1) o proces resztowy uzyskany poprzez zastosowanie transformacji Fouriera dla reszt pochodzących z modelu GM(1,1). Korektę modelu GM(1,1) można przedstawić w następujących etapach:

- Dane są realizacje teoretyczne zmiennej prognozowanej $\tilde{x}^{(0)}(k)$ oraz realizacje procesu resztowego $\varepsilon^{(0)}(k)$ modelu GM(1,1).
- Proces resztowy $\varepsilon^{(0)}(k)$ pochodzący z modelu GM(1,1) jest przekształcany w szereg Fouriera dany następującą formułą (Chia-Nan Wang, Van-Thanh 2014: 1):

$$\varepsilon^{(0)}(k) \cong \frac{1}{2} a_0 + \sum_{i=1}^z \left(a_i \cos\left(\frac{2\pi i}{T}(k)\right) + b_i \sin\left(\frac{2\pi i}{T}(k)\right) \right) \quad (10)$$

gdzie:

$$k = 2, 3, 4, \dots, n,$$

$$T = n - 1,$$

$$z = \left(\frac{n-1}{2} \right) - 1$$

W celu oszacowania parametrów modelu stosowana jest metoda najmniejszych kwadratów dana następującą formułą (Chia-Nan Wang, Van-Thanh 2014: 1):

$$\mathbf{F} = (\mathbf{P}'\mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}'\varepsilon^{(0)} \quad (11)$$

gdzie:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cos\left(2\frac{2\pi}{T}\right) & \sin\left(2\frac{2\pi}{T}\right) & \cos\left(2\frac{2\pi 2}{T}\right) & \sin\left(2\frac{2\pi 2}{T}\right) & \dots & \cos\left(2\frac{2\pi k}{T}\right) & \sin\left(2\frac{2\pi k}{T}\right) \\ \frac{1}{2} \cos\left(3\frac{2\pi}{T}\right) & \sin\left(3\frac{2\pi}{T}\right) & \cos\left(3\frac{2\pi 2}{T}\right) & \sin\left(3\frac{2\pi 2}{T}\right) & \dots & \cos\left(3\frac{2\pi k}{T}\right) & \sin\left(3\frac{2\pi k}{T}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2} \cos\left(n\frac{2\pi}{T}\right) & \sin\left(n\frac{2\pi}{T}\right) & \cos\left(n\frac{2\pi 2}{T}\right) & \sin\left(n\frac{2\pi 2}{T}\right) & \dots & \cos\left(n\frac{2\pi k}{T}\right) & \sin\left(n\frac{2\pi k}{T}\right) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = [a_0 \quad a_1 \quad b_1 \quad a_2 \quad b_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_n]'$$

$$\varepsilon^{(0)} = [\varepsilon^{(0)}(2) \quad \varepsilon^{(0)}(3) \quad \dots \quad \varepsilon^{(0)}(n)]' \quad \text{dla } k = 2, 3, \dots, n$$

³ IAGO – Inverse Accumulating Generation Operation.

W wyniku oszacowania modelu (10) uzyskuje się wartości teoretyczne procesu resztowego $\tilde{\varepsilon}^{(0)}(k)$. Ostatecznie wartości prognoz dla modelu z korektą Fouriera FGM(1,1) dane są jako (Chia-Nan Wang, Van-Thanh 2014: 1):

$$\begin{cases} \tilde{x}_{FGM}^{(0)}(1) = \tilde{x}^{(0)}(1) \\ \tilde{x}_{FGM}^{(0)}(k) = \tilde{x}^{(0)}(k) + \tilde{\varepsilon}^{(0)}(k) \end{cases} \quad \text{dla } k = 2, 3, \dots, n \quad (12)$$

2. Założenia przyjęte do symulacji a pewne własności modeli szarych

W celu porównania modelu GM(1,1) i modelu FGM(1,1) założono wygenerowanie 50 tysięcy zmiennych prognozowanych $x^{(0)}$. Realizacje zmiennej prognozowanej $x^{(0)}$ pochodzą z rozkładu jednostajnego z przedziału [0,1]. Zgodnie z założeniami modelu GM(1,1) wszystkie realizacje zmiennej prognozowanej $x^{(0)}$ są dodatnio określone. Łatwo zauważyć, że własność dodatnio określonej zmiennej prognozowanej dość mocno ogranicza obszar zastosowań modeli szarych. W odniesieniu do analizy finansowych szeregów czasowych złożonych najczęściej ze stóp zwrotu modele szare nie mają bezpośredniego zastosowania. W symulacji przyjęto dokładność prowadzonych obliczeń do czterech miejsc po przecinku.

Cechą charakterystyczną modeli szarych jest fakt, że wraz ze wzrostem liczby obserwacji zmiennej prognozowanej $x^{(0)}$ wzrasta dowolnie przyjęty błąd *ex post* prognozy. Stąd w celach analitycznych rozważono dwie długości szeregu czasowego. Pierwszy szereg czasowy składał się z czterech realizacji ($k = 4$), co z punktu widzenia klasycznej teorii szeregów czasowych⁴ oraz teorii predykcji ekonometrycznej można uznać za szereg skrajnie krótki. W teorii szarych systemów informacyjnych oznacza to niski poziom dostępnej informacji o procesie. Możliwa staje się jednak budowa prognoz o relatywnie niskich błędach *ex post*, co w praktyce może czynić je dopuszczalnymi. Drugi rozważany szereg czasowy składał się z dwunastu obserwacji ($k = 12$), co z punktu widzenia teorii modeli szarych stanowi długi szereg czasowy, a tym samym powoduje wzrost poziomu błędów *ex post* prognoz. Spada również prawdopodobieństwo uzyskiwania prognoz dopuszczalnych. W odniesieniu do klasycznej teorii szeregów czasowych szereg złożony z dwunastu obserwacji jest zbyt krótki, by mógł być podstawą do prowadzenia analiz i budowy prognoz. W odniesieniu do klasycznej teorii prognozy wyjątek mogą stanowić modele tendencji rozwojowej oraz metody mechaniczne, w których szereg czasowy złożony z niskiej liczby obserwacji (minimum 8 do 12 realizacji) może być stosowany w ramach analiz (Zeliaś 1979: 13).

W symulacji do oceny dokładności prognoz przyjęto średni względny błąd *ex post* prognoz wygasłych MAPE. Błąd dany jest następującą formułą:

$$MAPE = \frac{1}{m} \sum_{k \in I_{op}} \left| \frac{x^{(0)}(k) - \tilde{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \cdot 100 \quad (13)$$

⁴ Klasyczne modele szeregów czasowych, tj. ARMA, ARIMA, GARCH, oraz klasyczne modele ekonometrycznej teorii prognozy, tj. metody analityczne i mechaniczne.

gdzie:

m – liczba par {wartość rzeczywista, wartość teoretyczna/prognozowana},

$x^{(0)}(k)$ – realizacja rzeczywista zmiennej prognozowanej,

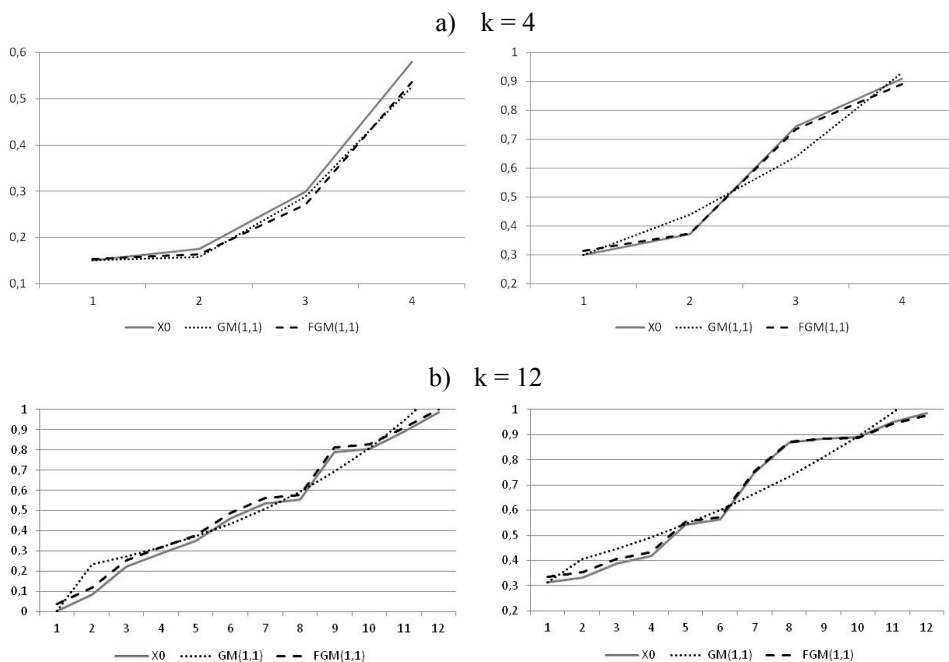
$\hat{x}^{(0)}(k)$ – realizacja teoretyczna zmiennej prognozowanej,

I_p – okres weryfikacji prognoz.

W modelach szarych najstarsza – pierwsza realizacja wygładzona przyjmuje zawsze taką samą wartość jak pierwsza realizacja rzeczywista, co w istocie powoduje sztuczne zaniżenie błędu *ex post* MAPE. Z uwagi na ten fakt przy obliczaniu błędu MAPE nie uwzględniano różnicy pomiędzy pierwszą realizacją rzeczywistą i pierwszą realizacją teoretyczną.

3. Wyniki symulacji

Realizacje rzeczywiste oraz realizacje teoretyczne uzyskane modelami GM(1,1) i FGM(1,1) dla wybranych spośród 50 tysięcy przebiegów dwóch przykładowych przebiegów zmiennej prognozowanej przedstawiono na rysunku 1.



Rysunek 1. Rzeczywiste i teoretyczne realizacje zmiennej prognozowanej

Źródło: opracowanie własne.

Jak wynika z rysunku 1, zarówno w przypadku krótkiego, jak i długiego szeregu czasowego model $FGM(1,1)$ charakteryzuje się lepszą elastycznością, a tym samym wzrasta prawdopodobieństwo uzyskania zgodności kierunku prognoz z kierunkiem zmiennej prognozowanej. Przedstawiony przykład dopasowania nie może być podstawą do twierdzenia, że model szary $FGM(1,1)$ jest narzędziem generującym prognozy o wysokiej dokładności lub prognozy dopuszczalne przy przyjętym *a priori* progno dopuszczalności.

W celu oceny modelu $GM(1,1)$ i modelu $FGM(1,1)$ pod kątem dokładności prognoz ze względu na błąd MAPE konieczne staje się przeprowadzenie symulacji na dużej liczbie szeregów czasowych zarówno krótkich, jak i długich. Wyniki symulacji przedstawiono w tabeli 1.

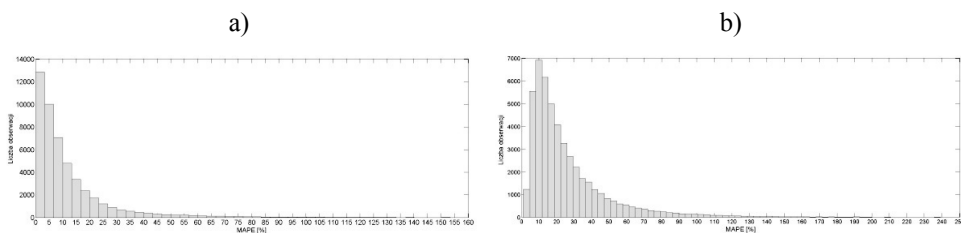
Tabela 1

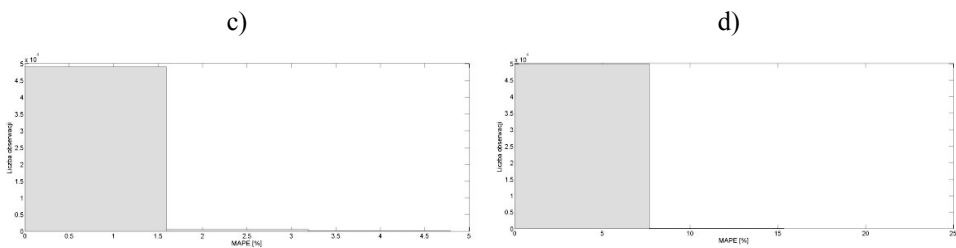
Poziom błąd MAPE dla 50 tysięcy zmiennych prognozowanych (%)

Model	k = 4			k = 12		
	Kwantyl 1	Kwantyl 2	Kwantyl 3	Kwantyl 1	Kwantyl 2	Kwantyl 3
GM(1,1)	3,2466	7,5438	16,0567	11,0617	18,9159	33,8835
FGM(1,1)	0,6054	2,2708	7,9386	3,5218	9,5349	23,9870

Źródło: opracowanie własne.

Jak przedstawiono w tabeli 1, różnica pomiędzy podstawowym modelem szarym $GM(1,1)$ a modelem szarym po korekcie Fouriera $FGM(1,1)$ jest zasadnicza. W przypadku modelu $GM(1,1)$ 25% prognoz jest obarczonych błędem *ex post* poniżej 3%, a 50% prognoz błędem poniżej 7%. W przypadku modelu $FGM(1,1)$ sytuacja zmienia się na korzyść: 25% błędów prognoz jest poniżej 0,61%, a 50% prognoz ma błąd niższy od 2,27%. Jeżeli przyjąć *a priori* próg dopuszczalności prognoz na poziomie 2%, to model $FGM(1,1)$ daje prawie 50% szans na budowę prognoz dopuszczalnych, zakładając jednocześnie krótki szereg czasowy. W przypadku szeregów dłuższych błąd prognozy wyraźnie wzrasta i dwuprocentowy próg dopuszczalności zostaje przekroczony. Rozkłady błędu MAPE przedstawiono na rysunku 2.





Rysunek 2. Rozkłady błędu MAPE: a) GM(1,1) dla $k = 4$; b) GM(1,1) dla $k = 12$; c) FGM(1,1) dla $k = 4$; d) FGM(1,1) dla $k = 12$ (%)

Źródło: opracowanie własne.

Rozkłady błędów MAPE (rysunek 2) dla poszczególnych modeli i długości szeregów czasowych potwierdzają radykalny wzrost dokładności prognoz w okresie weryfikacji po zastosowaniu korekty Fouriera.

Uwagi końcowe

W wyniku przeprowadzonej symulacji, której celem było porównanie dwóch modeli szarych GM(1,1) oraz FGM(1,1) ze względu na dokładność uzyskiwanych prognoz, można stwierdzić, że:

- w przypadku modeli GM(1,1) i FGM(1,1) zwiększenie liczby obserwacji w szeregu czasowym powoduje zwiększenie błędu prognozy;
- model FGM(1,1) poprzez korektę Fouriera jest modelem bardziej elastycznym, co w efekcie daje znacząco niższe błędy prognoz *ex post*, w tym błędu MAPE;
- zarówno model GM(1,1), jak i model FGM(1,1) mogą być stosowane jedynie dla dodatnio określonych szeregów czasowych. W przypadku analiz finansowych mogą być dobrymi narzędziami predykcyjnymi w odniesieniu do większości wskaźników finansowych (Hadaś-Dyduch 2013a; Hadaś-Dyduch 2013b; Węgrzyn 2013).

Stosując podstawowe modele szare, należy pamiętać, że działają one poprzez pryzmat odpowiedniego przekształcenia zmiennych prognozowanych (szeregu czasowego). W ich wersji podstawowej nie uwzględniają czynników egzogenicznych, dlatego należy zachować szczególną rozwagę w ich stosowaniu. W literaturze przedmiotu istnieje wiele pozycji poruszających problematykę prognoz na podstawie modeli szarych. Zazwyczaj są to rozważania dla konkretnych zmiennych prognozowanych. Wydaje się zatem podstawne przeprowadzenie badań symulacyjnych, które umożliwią ocenę tej klasy modeli. W przyszłych rozważaniach dotyczących modeli szarych autor będzie analizował własności i zastosowania modeli szarej klasy GM(1,N) z wieloma zmiennymi objaśniającymi.

Literatura

- Barczak S. (2013), *Zastosowanie teorii szarych systemów do przewidywania przyszłych ofert składanych na aukcjach pierwszej ceny poprzez pryzmat modelu szarego $GM(1,1)$* , w: *Studia Ekonomiczne. Innowacje w finansach i ubezpieczeniach – metody matematyczne i informatyczne*, red. J. Mika, E. Dziwok, Zeszyty Naukowe Wydziałowe nr 146, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice, s. 7–18.
- Chia-Nan Wang, Van-Thanh Phan (2014), *An improvement the accuracy of grey forecasting model for cargo throughput in international commercial ports of Kaohsiung*, „International Journal of Business and Economics Research”, vol. 3(1), s. 1–5.
- Hadaś-Dyduch M. (2013a), *Prognozowanie wskaźników makroekonomicznych z uwzględnieniem transformaty falkowej na przykładzie wskaźnika inflacji*, w: *Zastosowanie metod ilościowych w naukach ekonomicznych*, red. S. Forlicz, Zeszyty Naukowe WSB we Wrocławiu nr 2(34), Wrocław, s. 175–186.
- Hadaś-Dyduch M. (2013b), *Wykorzystanie metod analizy falkowej do mierzenia efektywności polisy inwestycyjnej*, „Wiadomości Ubezpieczeniowe” nr 1, s. 37–48.
- Liu S., Lin Y. (2010), *Grey Systems. Theory and Applications*, Springer, Berlin–Heidelberg.
- Sroczyńska-Baron A. (2013), *Wybór portfela akcji z wykorzystaniem narzędzi teorii gier*, w: *Zastosowanie metod ilościowych w naukach ekonomicznych*, red. S. Forlicz, Zeszyty Naukowe WSB we Wrocławiu nr 2(34), Wrocław, s. 379–392.
- Tsay R.S. (2010), *Analysis of financial time series*, Third Edition, John Wiley & Sons.
- Węgrzyn T. (2013), *Względne tempo przyrostu wskaźników finansowych w budowie portfeli w latach 2001–2010*, w: *Problemy społeczno-ekonomiczne w uwarunkowaniach ryzyka i statystycznej nieokreśloności. Metody i modele w rozwoju regionów*, red. W. Szkutnik, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice, s. 320–333.
- Zeliaś A. (1979), *Teoria prognozy*, PWE, Warszawa.

APPLICATIONS OF GRAY MODELS $GM(1,1)$ IN THE ANALYSIS OF FINANCIAL TIME SERIES. SIMULATION TESTS

Abstract: Gray models derived from the proposed in 1982 by Deng Ju-Long theory of gray information systems. This theory assumes that the modeling process is carried out in conditions of incomplete (grey) information. The theory indicates the existence of full information (white), incomplete information (grey) and the total lack of information (black). In the classical theory of time series modeling runs for an appropriate long time series. Class models $GM(1,1)$ permit the construction of projections permitted by ultra-short series (4 projects). The article presents the possibility of application of gray model $GM(1,1)$ as an alternative to the classical theory of time series through the prism of assessing the quality of the forecasts.

Keywords: grey models, econometrics, forecasting, time series

