ZESZYTY NAUKOWE UNIWERSYTETU SZCZECIŃSKIEGO nr 804
Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia nr 67 (2014)

s. 339–351

Dwukrotna symulacja Monte Carlo jako metoda wyceny opcji rozszerzenia inwestycji*

Marcin Pawlak**

Streszczenie: Celem artykułu jest zaprezentowanie zastosowania dwukrotnej symulacji Monte Carlo w ocenie efektywności projektów inwestycyjnych zawierających opcję wzrostu. Po metodologicznym wstępie uzasadniającym wykorzystanie dwukrotnej symulacji Monte Carlo w wycenie opcji realnych przedstawiona zostanie procedura budowy modelu wyceny wraz ze sposobami identyfikacji parametrów wejściowych i decyzyjnych. Następnie metodologia ta zostanie zaaplikowana do wyceny opcji rozszerzenia w parkingu wielopoziomowym w centrum handlowym Bluewater. Podsumowaniem artykułu jest interpretacja otrzymanych wyników.

Słowa kluczowe: symulacja Monte Carlo, opcje realne, inwestycje, efektywność, elastyczność

Wprowadzenie

Metodologia szacowania wartości inwestycji rzeczowych, tak szeroko opisywana w literaturze przedmiotu (np. Rogowski 2013; Pastusiak 2009), w praktyce zderza się z niepewnością, przy której dotychczas stosowane statyczne[1] metody oceny efektywności inwestycji wymagają wzbogacenia i rozszerzenia o dodatkowe narzędzia analizy ryzyka. Odpowiedzią na potrzeby praktyki w sferze wyceny inwestycji była sformułowana w późnych latach siedemdziesiątych XX wieku teoria opcji realnych (Myers 1977: 147–175), uwzględniająca możliwość wykorzystania nadarzających się szans i minimalizowania wpływu zagrożeń poprzez elastyczność działania przedsiębiorstwa. Teorie Myersa sprawiły, że zaczęto się zastanawiać, czy tradycyjne metody wyceny oparte na zdyskontowanych przepływach pieniężnych powinno się stosować dla decyzji inwestycyjnych, związanych z projektami o wysokim ryzyku, czy też należałoby rozpatrywać je w oparciu o opcje realne. Rozważania teoretyczne zaowocowały pojawieniem się wielu artykułów i książek opisujących przykłady prostych opcji występujących w inwestycjach kapitałowych. W latach dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku rozważania teoretyczne dotyczyły coraz bardziej skomplikowanych

* Publikacja została sfinansowana ze środków Narodowego Centrum Nauki, projekt badawczy nr N N113 344140.

** mgr Marcin Pawlak, Uniwersytet Szczeciński, Instytut Zarządzania i Inwestycji, Katedra Inwestycji i Wyceny Przedsiębiorstw, ul. Mickiewicza 69/5, 71-307 Szczecin, e-mail: m.pawlak@fmc.home.pl.

[1] Statyczne metody oceny efektywności w rozumieniu autora nie uwzględniają wpływu elastycznego zarządzania projektem, w tym reakcji na obserwowane ryzyko i pojawiającą się niepewność w trakcie jego realizacji. W tym kontekście statyczną metodą jest np. NPV, pomimo ujęcia w rachunku czynników czasu i ryzyka.

problemów wyceny opcji realnych i ewaluowały w spójną teorię opisującą zachowania firm w zmiennym otoczeniu (m.in.: Trigeorgis 1996; Copland, Antikarov 2001).

Od początków swojego istnienia szacowanie wartości opcji realnych było oparte na metodach stosowanych do wyceny opcji finansowych[2]. Powodowało to szereg trudności, począwszy od stworzenia odpowiedniego środowiska do wyceny spełniającego szereg restrykcyjnych założeń, przez szacowanie parametrów wyceny, na wynikach wyceny skończywszy (zob. Wiśniewski 2008: 261–285). Pomimo wielu problemów związanych z wyceną, opcje realne zyskały popularność wśród praktyków i w wielu przypadkach są użyteczne. Pojawiła się więc konieczność adaptacji istniejących lub stworzenia nowych metod wyceny opcji realnych dopasowanych do specyfiki projektów inwestycyjnych oraz środowiska, w którym są realizowane. Rozwiązaniem większości problemów zaobserwowanych przy wycenie klasycznymi, dotychczas stosowanymi metodami, jest to zaproponowane przez T. Wiśniewskiego (zob. Wiśniewski 2008: 395–407).

1. Podwójna symulacja Monte Carlo jako metoda wyceny opcji realnych

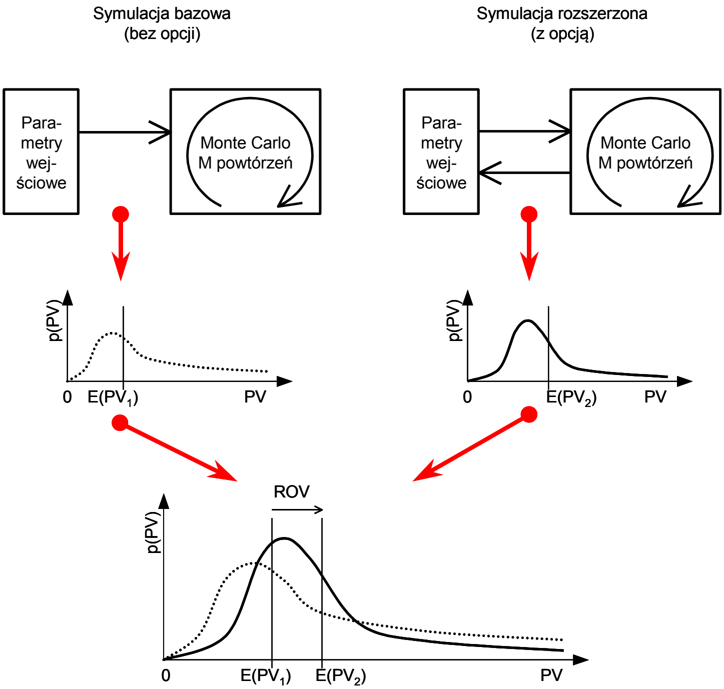
Symulacja Monte Carlo, szeroko opisana w literaturze przedmiotu (np. Jaeckel 2002), jako metoda analizy ryzyka czy też narzędzie oceny efektywności inwestycji, jest powszechnie znana w teorii i praktyce zarządzania finansami. Zastosowanie znajduje zwłaszcza tam, gdzie występuje wiele źródeł ryzyka, a parametry decydujące o wartości wynikowej są ze sobą powiązane. Symulacja Monte Carlo poprzez wielokrotne iterowanie modelu finansowego umożliwia złożenie wzajemnie na siebie oddziałujących czynników ryzyka w jeden, prosty do interpretacji rozkład, który ułatwia ocenę wartości i ryzyka projektu (zob. Copeland, Antikarov 2001: 244–253). Podstawą i zarazem największą trudnością w zastosowaniu tej metody jest prawidłowe ukształtowanie modelu symulacyjnego oraz ustalenie rozkładów i powiązań parametrów wejściowych. To od ich jakości zależeć będzie precyzja wyniku symulacji, a w konsekwencji decyzje zarządzających.

Na bazie tej metody, znanej także jako teoria konsolidacji czynników ryzyka Copelanda i Antikarova, powstał nowy model wyceny opcji realnych. Podstawowym założeniem tej metody nazwanej dwukrotną symulacją Monte Carlo jest porównanie średnich z rozkładów wynikowych dwóch symulacji – z opcją i bez opcji. Otrzymana różnica stanowi wartość opcji realnej (zob. rys. 1).

Pierwsza symulacja – bez opcji jest dokonywana na modelu finansowym projektu i umożliwia obliczenie średniej wartości oczekiwanej. Drugą symulację wykonujemy na tym samym modelu, z uwzględnieniem możliwości wykonania opcji, gdy zostaną przekroczone graniczne wartości zmiennej decyzyjnej. W tej symulacji bazowy model jest rozszerzony o cenę zakupu opcji, która wpływa ujemnie na wartość projektu, ale daje możliwość elastycznego reagowania w przypadku wystąpienia dużych odchyleń kluczowych

[2] Model Blacka-Scholesa i jego modyfikacje czy też drzewo dwumianowe.

dla wartości inwestycji parametrów. W symulacji zawierającej opcję realną muszą zostać zawarte formuły lub warunki, dzięki którym program symulacyjny[3] w każdej pojedynczej iteracji będzie mógł rozstrzygnąć o wykonaniu opcji. Jeśli wartości zmiennej decyzyjnej nie przekroczy krytycznych wartości, wtedy projekt będzie się zachowywał podobnie jak w pierwszym przypadku. Wartość opcji realnej w dwukrotnej symulacji Monte Carlo wyznacza się jako różnicę między wartością otrzymaną w wyniku symulacji projektu z opcją i bez opcji.



Rysunek 1. Idea wyceny opcji realnych metodą dwukrotnej symulacji Monte Carlo

Źródło: Wiśniewski (2008): 396.

Ten nowy sposób wyceny opcji realnych jest diametralnie inny niż dotychczas stosowane metody wyceny oparte na wycenie opcji finansowych (Luehrman 1998: 51–67), takie jak drzewo dwumianowe czy model Blacka-Scholesa z późniejszymi udoskonaleniami (Black, Scholes 1973: 637–654; Cox, Ross, Rubinstein 1979: 229–264). Mimo istniejącego podobieństwa, ze względu na specyfikę opcji realnych i parametry, jakie je opisują oraz warunki, w jakich występują, określenie wartości opcji za pomocą klasycznych metod

[3] Symulację Monte Carlo można wykonać za pomocą wielu programów, np.: Goldsim, @Risk, DPL8, Crystal Ball, a przy użyciu odpowiednich formuł jest ona możliwa również w MS Excel.

w precyzyjny sposób jest utrudnione lub wręcz niemożliwe. Opcje realne występują w projektach inwestycyjnych, które różnią się swoją specyfiką od inwestycji dokonywanych na rynku finansowym. Inwestycje rzeczowe funkcjonują w środowisku, w którym występuje wiele czynników ryzyka oraz innych zmiennych, np. zachowań ludzkich mających wpływ na wartość i okres życia opcji. Stąd też wynika wiele trudności, takich jak szacowanie parametrów wyceny, wybór podejścia do wyceny oraz inne problemy natury metodologicznej i praktycznej. Podwójna symulacja Monte Carlo umożliwia – ze względu na nowy algorytm metody – ominięcie większości dotychczasowych i bardzo kłopotliwych założeń, a także proste rozwiązanie podstawowych, najczęściej występujących problemów.

Opcje realne mają w większości przypadków charakter opcji amerykańskich (lub bermudzkich) z dowolnym (lub ograniczonym) terminem wykonania aż do momentu wygaśnięcia, co rodzi komplikacje w wycenie, gdyż nie istnieje jawna postać modelu Blacka-Scholesa wyceny amerykańskiej opcji sprzedaży, zarówno dla opcji finansowych, jak i realnych (Jakubowski 2011: 105). Do wyceny tych opcji stosuje się metody symulacyjne lub odpowiednie interpretacje modelu Blacka-Scholesa. Amerykański charakter opcji realnych sprawia, że pierwotne założenie o stałej i znanej cenie wykonania w rzeczywistości niemal uniemożliwia wycenę. W praktyce nakłady inwestycyjne, które odpowiadają cenie wykonania opcji, mogą się zmieniać w czasie wraz ze zmianą sytuacji rynkowej, co istotnie wpływa na wycenę. Dwukrotna symulacja Monte Carlo w modelu z opcją umożliwia jednokrotne lub wielokrotne wykonanie opcji w dowolnym momencie w zależności od poziomu zmiennej lub kilku zmiennych decyzyjnych, symulując jednocześnie zmieniającą się w czasie cenę wykonania opcji (np. wartość inwestycji). Możliwe jest także odwzorowanie w modelu finansowym sytuacji, w których okres życia opcji jest skrócony, np. poprzez działania konkurencji, które znacznie obniżają udział w rynku zmniejszając wartość opcji, ale skracając okres, w którym może ona zostać wykonana. Należy zauważyć, że przedstawiana metoda wyceny opcji realnych umożliwia implementowanie znanych i powszechnie stosowanych metod analizy ryzyka, takich jak drzewa decyzyjne czy analiza scenariuszy, umożliwiając kompleksową ocenę projektu. Symulacyjne podejście pozwala na analizę wielu obarczonych ryzykiem parametrów, omijając kłopotliwe i mocno kontestowane założenie modelu Blacka-Scholesa o jednym źródle niepewności. Poprzez umiejętną konstrukcję modelu finansowego możliwe jest także uwzględnienie w wycenie złożeń opcji i zależności pomiędzy nimi. Oprócz problemów ze spełnieniem założeń klasycznego modelu (np. o logarytmiczno-normalny rozkład wartości aktywa bazowego ze stałym poziomem zmienności), teoretycy i praktycy są zmuszeni do kłopotliwego, czasami bardzo subiektywnego szacowania parametrów wejściowych. Stosowanie dwukrotnej symulacji Monte Carlo, mimo konieczności określenia parametrów w modelu finansowym, od których będzie zależała wartość projektu inwestycyjnego i opcji w nim zawartej, jest metodą prostszą i bardziej intuicyjną. Jej przewagą jest to, że wyceniający może się oprzeć na realnych wartościach występujących w gospodarce, dotyczących bezpośrednio analizowanego przypadku. Opisując modelem finansowym inwestycję, należy szczególną uwagę zwrócić na kluczowe obarczone ryzykiem parametry wejściowe. To właśnie od dokładnego określenia rozkładu statystycznego tych zmiennych będą zależne otrzymane wyniki, a także decyzja i moment wykonania opcji. Kluczowy dla uzyskania właściwej wartości opcji realnej jest dobór odpowiedniej zmiennej decyzyjnej oraz warunków wykonania opcji. Przykładowo – dla przedsiębiorstwa produkcyjnego wchodzącego na rynek i mającego w perspektywie zaplanowane inwestycje rozwojowe, najważniejszym parametrem może być cena rynkowa produktu. Zakładając korzystny rozwój sytuacji w danym okresie, a więc przekroczenie granicznej ceny, firma zainwestuje np. kupując maszyny i zwiększając produkcję, jednak gdy ceny będą niekorzystne, przedsiębiorstwo nie wykona opcji.

2. Dwukrotna symulacja Monte Carlo jako metoda wyceny opcji rozszerzenia inwestycji na przykładzie garażowca w Bluewater

Jednym z najczęstszych zastosowań opcji realnych, często wymienianych w literaturze przedmiotu (np. Kyungwon 2008; Bulan, Mayer, Somerville 2006), są inwestycje w nieruchomości. Na bazie opisanej w artykule R. Neufville'a, S. Scholtes'a i T. Wanga (de Neufville, Scholtes, Wang 2006) inwestycji w wielopoziomowy garażowiec przy centrum handlowym Bluewater w Wielkiej Brytanii (www.bluewater.co.uk), zostanie zademonstrowana wycena opcji rozszerzenia metodą dwukrotnej symulacji Monte Carlo. Dane z artykułu źródłowego zostały nieznacznie zmodyfikowane tak, aby zaprezentować specyfikę nowej metody.

Analizowana inwestycja dotyczy rozbudowy centrum handlowego Bluewater o dodatkowe miejsca parkingowe. Inwestorzy stoją przed wyborem jednego z dwóch projektów budowy garażowca. Pierwszy z nich zakłada budowę 6 kondygnacji, a drugi – wzmocnienie pierwotnie planowanej konstrukcji tak, aby w razie konieczności móc dobudować dwa kolejne piętra. Bazowy projekt zakłada budowę garażowca składającego się z 6 pięter, w tym 2 kondygnacji podziemnych. Koszt budowy dla każdego kolejnego piętra nad ziemią będzie wzrastał o 10%. Na każdym z poziomów będzie znajdowało się 200 miejsc, co przełoży się po zakończeniu prac konstrukcyjnych na możliwość zaparkowania 1200 aut. Zarówno w bazowym projekcie, jak i rozszerzonym (z możliwością budowy dwóch dodatkowych pięter) zakłada się, że:

- koszt budowy jednego miejsca postojowego został ustalony na 8000 £,
- średni roczny przychód dla każdego wykorzystanego miejsca parkingowego to 6000 £,
- średni roczny koszt eksploatacji pojedynczego miejsca parkingowego to 1000 £,
- roczne koszty dzierżawy to 1,8 mln £ płacone na początku każdego roku,
- stopa dyskonta wynosi 12%,
- stopa wolna od ryzyka wynosi 4%,
- średnia inflacja z 20 lat wynosi 2,9%,
- czas trwania inwestycji to 20 lat, po tym okresie budynek zostanie sprzedany (wartość garażowca zostanie zaktualizowana o inflację).

Dla uproszczenia rozważań przyjęto tylko jeden czynnik ryzyka oddziaływujący na wartość projektu bazowego i rozszerzonego – jest nim popyt wyrażony zapotrzebowaniem na miejsca parkingowe przy centrum handlowym. Popyt na moment rozpoczęcia inwestycji wynosi 750 miejsc parkingowych i prognoza zakłada, że zapotrzebowanie będzie rosło średnio o 75 miejsc parkingowych rocznie. Dopuszcza się 15% roczną zmienność realnego popytu w stosunku do prognozy, jednocześnie zakładając jego minimalną wartość w odległości 3 sigma od średniej[4].

Rozszerzenie projektu, czyli wykonanie opcji, będzie polegało na dobudowaniu, w zależności od wielkości popytu, jednego lub dwóch pięter (z zastrzeżeniem, że budynek może mieć maksymalnie 8 kondygnacji). Warunkiem dla rozbudowy garażowca jest wzmocnienie pierwotnej sześciokondygnacyjnej konstrukcji, co przekłada się na wzrost kosztów budowy o 10%. Menadżerowie już na etapie planowania będą musieli w oparciu o prognozy popytu zadecydować, czy korzystniejsze będzie wzmocnienie konstrukcji, które przygotuje garażowiec do potencjalnej rozbudowy, czy też tylko realizacja bazowej inwestycji. Możliwe jest dwukrotne rozszerzenie projektu polegające na konstrukcji dodatkowego piętra z miejscami parkingowymi. Może się tak stać, gdy 2 lata z rzędu realny popyt będzie przewyższał pojemność wielopoziomowego garażu. Rozbudowa spowoduje spadek kosztów utrzymania miejsc parkingowych – po pierwszym rozszerzeniu o 10%, a po drugim o kolejne 10%. Czas życia opcji wynosi 15 lat i kończy się 5 lat przed końcem inwestycji, którym zarówno w przypadku bazowego, jak i rozszerzonego projektu, jest sprzedaż garażowca.

Aby zastosować dwukrotną symulację Monte Carlo, zostały przeprowadzone następujące czynności:

- zaprognozowano wartości popytu oraz określono jego rozkład (w tym średnia, minimum i odchylenie standardowe),
- zbudowano statyczny model NPV projektu uwzględniający założenia dotyczące bazowej inwestycji,
- stworzono rozszerzony model NPV uwzględniający warunki i formuły służące wykonaniu opcji,
- przeprowadzono symulację na zbudowanych modelach,
- w celu obliczenia wartości opcji porównano rozkłady wynikowe modelu z opcją i bez opcji,
- dokonano analizy otrzymanych wyników.

Pierwszym etapem oceny efektywności inwestycji – w tym przypadku projektu garażowca z opcją rozbudowy o dwa dodatkowe poziomy – było określenie kluczowej dla wartości projektu zmiennej (lub zmiennych), od której zależy, czy opcja zostanie wykonana. Dla wielopoziomowego garażowca w centrum handlowym Bluewater kluczowym parametrem

[4] Reguła trzech sigm mówi o tym, że dla rozkładu normalnego przyjmuje się, że 99,7% wartości cechy leży w odległości 3 sigm od wartości oczekiwanej. W tym przypadku ustalenie dolnej granicy rozkładu ma na celu ograniczenie możliwości losowania ujemnych liczb ze względu na charakterystykę popytu.

ma być wielkość popytu, od którego rozkładu i późniejszych symulacji zależne będą decyzje menadżerów, co zaprezentowano w tabeli 1.

Tabela 1

Zmienna decyzyjna w modelu i jej wpływ na wykonanie opcji

Rok	0	1	2	(…)	8	9	10	11	(…)	15	(…)	20
Popyt prognozowany	750	750	825	(…)	1275	1350	1425	1500	(…)	1800	(…)	2175
Minimalny popyt	–	414	456	(…)	702	744	786	825	(…)	990	(…)	1197
Odchylenie standardowe popytu	–	112	123	(…)	191	202	213	225	(…)	270	(…)	326
Popyt rzeczywisty	750	750	825	(…)	1275	1350	1425	1500	(…)	1800	(…)	2175
Pojemność garażowca	–	1200	1200	(…)	1200	1200	1400	1600	(…)	1600	(…)	1600
Wykonanie opcji/kontynuacja projektu	–	kontynuacja	kontynuacja	(…)	kontynuacja	wykonanie	wykonanie	kontynuacja	(…)	koniec życia opcji	(…)	koniec życia opcji
Liczba nowych miejsc parkingowych	–	0	0	(…)	0	200	200	0	(…)	0	(…)	0

Źródło: opracowanie własne.

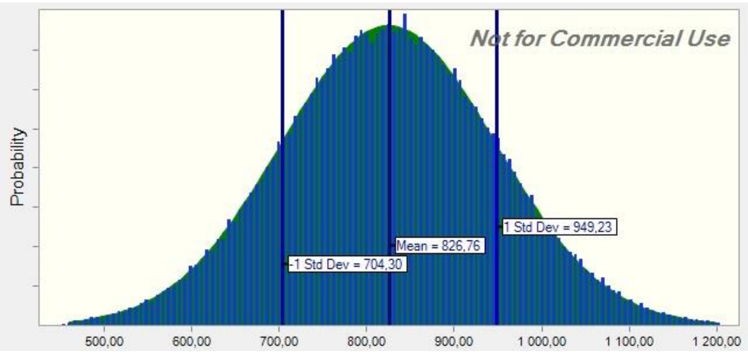
Szarym kolorem oznaczono momenty wykonania opcji w przypadku spełnienia się prognoz (model bazowy). Dla każdej zmiennej decyzyjnej należy określić warunki, w których możliwe będzie wykonanie opcji. W badanym przypadku wielkość popytu jest ograniczona minimum (zob. rys. 2), a wykonanie opcji zależne od pojemności garażowca. W każdej pojedynczej iteracji modelu symulacyjnego, gdy popyt w dwóch kolejnych latach będzie przekraczał liczbę miejsc parkingowych, nastąpi konstrukcja jednego z dwóch dodatkowych pięter parkingu.

Wartość większości projektów inwestycyjnych zależy od wielu czynników, takich jak np. cena, wielkość popytu, jednostkowe koszty produkcji, itp., więc menadżerowie analizując ich wpływ na wartość inwestycji podejmują decyzje mające maksymalizować spodziewane, przyszłe przepływy pieniężne. Dynamiczne otoczenie wymusza przy podejmowaniu decyzji odejście od szczegółowej analizy wszystkich parametrów i skupienie się na tych kluczowych, mających największy wpływ na realizowany projekt. Stąd też w wielu przypadkach podejmowane decyzje, a więc także wykonanie opcji, może być zależne od jednej zmiennej lub kilku czynników niezależnych lub powiązanych, np. od funkcji popytu i ceny. Dla każdej zmiennej decyzyjnej są ustalane warunki graniczne, po przekroczeniu których następuje reakcja.

Po ustaleniu zmiennej decyzyjnej (lub kilku) dla badanego projektu, niezbędne jest określenie rozkładu (wybór odpowiedniej funkcji gęstości) dla wszystkich zmiennych w modelu.

Jest to bardzo istotne, bo od jakości danych wejściowych zależy precyzja wyliczonej wartości wynikowej. W zależności od opisywanego parametru i posiadanych informacji prognoz, można wybrać odpowiedni rozkład. W praktyce najczęściej stosowany jest rozkład normalny (np. do opisywania inflacji czy przyszłych cen), logarytmiczno-normalny (np. wartość nieruchomości, ceny giełdowe, zapasy), trójkątny (np. szacowanie wielkości sprzedaży czy kosztów marketingowych), dyskretny (np. stała utrata wartości) czy rozkład Bernoulliego. To określenie parametrów rozkładu, takich jak wartość oczekiwana, odchylenie standardowe, minimum czy maksimum, w największym stopniu rzutuje na otrzymany wynik. Przy ich ustalaniu pomocne mogą być prognozy tworzone na podstawie danych historycznych, wiedzy ekspertów czy też porównania z podobnie zachowującymi się parametrami. Aby model był kompleksowym odzwierciedleniem rzeczywistości, należy go uzupełnić o powiązania występujące pomiędzy poszczególnymi zmiennymi (korelacja i autokorelacja).

Dla kolejnych lat realizacji projektu na bazie prognoz popytu (średnia, odchylenie standardowe, minimum), został dopasowany rozkład – w tym przypadku rozkład normalny, dzięki czemu możliwa jest późniejsza symulacja tak określonych zmiennych. Na rysunku 2 przedstawiono zakładany (pełnym kolorem) oraz wylosowany (słupki) rozkład wartości popytu w drugim roku inwestycji.



Rysunek 2. Prognozowany oraz symulowany rozkład wartości popytu w drugim roku inwestycji

Źródło: opracowanie własne za pomocą programu Crystal Ball.

Dla pierwszych sześciu lat przyjęto korelację pomiędzy kolejnymi wartościami popytu na poziomie 0,6; dla kolejnych czterech lat na poziomie 0,4 i dla kolejnych dwóch lat 0,2. Następnym krokiem była budowa modelu NPV przedstawionego w tabeli 2.

Dla bazowego przypadku, każdemu z kolejnych lat realizacji inwestycji została przypisana prognozowana wielkość popytu i na tej podstawie, w zestawieniu z wielkością garażowca, określone zostały wartości przepływów pieniężnych, dzięki którym możliwe było obliczenie wartości NPV bazowego projektu (6,86 mln £). Kolejnym krokiem była budowa rozszerzonego modelu NPV (zob. tab. 3), uwzględniającego wszelkie koszty pozyskania opcji i przygotowanego tak, aby w kolejnych iteracjach program symulacyjny mógł na podstawie zmiennej decyzyjnej podejmować automatycznie decyzję o wykonaniu opcji.

Tabela 2

Statyczny model NPV

Rok	0	1	2	(…)	19	20
Przychody operacyjne	0	4 500 000	4 950 000	(…)	7 200 000	7 200 000
Koszty operacyjne (zmienne)	0	1 200 000	1 200 000	(…)	1 200 000	1 200 000
Koszty dzierżawy (stałe)	1 800 000	1 800 000	1 800 000	(…)	1 800 000	1 800 000
Amortyzacja		625 249	625 249	(…)	625 249	625 249
EBIT	–1 800 000	874 751	1 324 751	(…)	3 574 751	3 574 751
Podatek (19%)	0	166 203	251 703	(…)	679 203	679 203
Amortyzacja	0	625 249	625 249	(…)	625 249	625 249
Inwestycje/sprzedaż garażowca	11 368 160			(…)		20 137 135
Wzrost kapitału pracującego	2 273 632	568 408	142 102	(…)	0	–3 031 509
Wolne przepływy pieniężne (FCF)	–15 441 792	765 389	1 556 195	(…)	3 520 797	26 689 441
PV FCF	–15 441 792	683 383	1 240 589	(…)	408 788	2 766 808
Wartość projektu netto (NPV)	6 868 480					

Źródło: opracowanie własne.

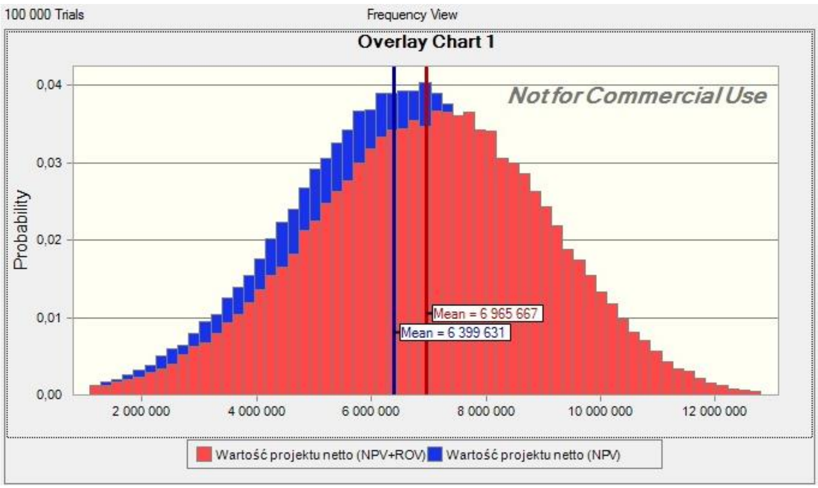
Tabela 3

Rozszerzony model NPV

Rok	0	1	(…)	8	9	10	11	(…)	20
Przychody operacyjne	0	4 500 000	(…)	7 200 000	7 200 000	8 400 000	9 000 000	(…)	9 600 000
Koszty operacyjne (zmienne)	0	1 200 000	(…)	1 200 000	1 200 000	1 260 000	1 280 000	(…)	1 280 000
Koszty dzierżawy (stałe)	1 800 000	1 800 000	(…)	1 800 000	1 800 000	1 800 000	1 800 000	(…)	1 800 000
Amortyzacja		625 249	(…)	625 249	625 249	883 672	1 196 514	(…)	1 196 514
EBIT	–1 800 000	874 751	(…)	3 574 751	3 574 751	4 456 328	4 723 486	(…)	5 323 486
Podatek (19%)	0	166 203	(…)	679 203	679 203	846 702	897 462	(…)	1 011 462
Amortyzacja	0	625 249	(…)	625 249	625 249	883 672	1 196 514	(…)	1 196 514
Inwestycje/sprzedaż garażowca	12 504 976	0	(…)	0	2 842 655	3 128 418	0	(…)	30 207 619
Wzrost kapitału pracującego	2 500 995	625 249	(…)	38	568 531	625 684	156 421	(…)	–4 736 609
Wolne przepływy pieniężne (FCF)	–16 805 971	708 548	(…)	3 520 759	109 612	739 196	4 866 117	(…)	40 452 765
PV FCF	–16 805 971	632 633	(…)	1 421 976	39 527	238 001	1 398 892	(…)	4 193 607
Wartość projektu netto (NPV+ROV)	7 921 493								

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie bazowej – prognozowanej wielkości sprzedaży (zob. tab. 1) opcja zostaje wykonana (zob. szare pola w tab. 1 i 3), co skutkuje wzrostem przychodów, amortyzacji i kapitału pracującego oraz spadkiem jednostkowych kosztów zmiennych. Przekłada się to na wyższą niż w przypadku statycznego modelu wartość NPV (7,92 mln £). Porównując model statyczny i model z opcją przy założeniu, że prognozy spełnią się, można otrzymać wartość opcji na poziomie 1,05 mln £. W momencie podejmowania decyzji o inwestycji, znając prognozy, menadżerowie muszą zadecydować, czy zainwestować 1,13 mln £, aby w niepewnej przyszłości stworzyć możliwość rozbudowy garażowca. Aby rozwiązać ten problem przeprowadzono symulację. W wyniku 100 000 iteracji modelu rozszerzonego i statycznego otrzymano dwa rozkłady wynikowe NPV i NPV rozszerzonego (NPV+ROV), co przedstawiono na rysunku 3.



Rysunek 3. Porównanie rozkładów wynikowych symulacji z opcją i bez opcji

Źródło: opracowanie własne za pomocą programu Crystal Ball.

Wykres przedstawiający wartość rozszerzonego projektu jest przesunięty w prawo (zarówno średnia, jak i mediana), co świadczy o jego wyższej wartości w porównaniu z bazową inwestycją. Porównując wartości średnie otrzymanych rozkładów (zob. tab. 4), można ustalić wartość opcji realnej zawartej w projekcie.

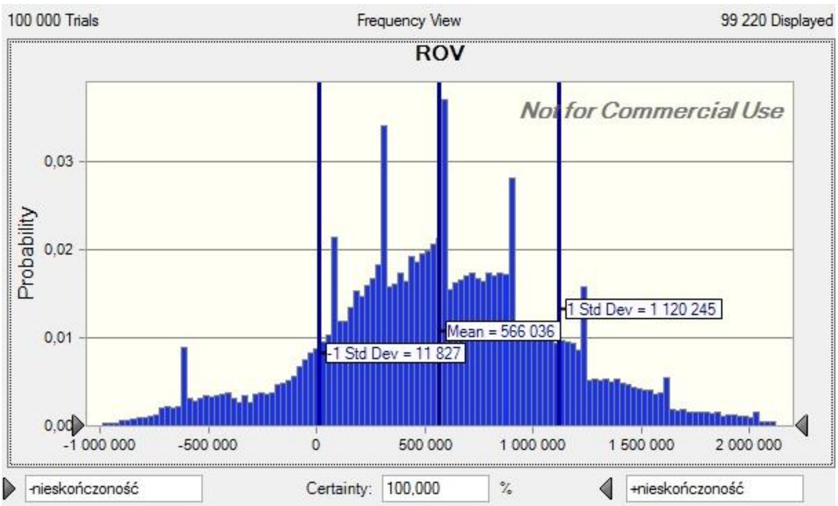
Od wartości średniej otrzymanej z rozkładu modelu rozszerzonego 6,96 mln £ odjęto 6,4 mln £, w wyniku czego otrzymano 0,56 mln £, co jest wartością opcji realnej. Wartość opcji można także odczytać z rysunku 4.

Tabela 4

Parametry rozkładów wynikowych przeprowadzonych symulacji

Wyszczególnienie	NPV	NPV + ROV	ROV
Scenariusz bazowy	6,87	7,92	1,05
Średnia	6,38	6,94	0,56
Mediana	6,47	7,02	0,56
Odchylenie standardowe	1,90	2,09	0,56
Wariancja	3 613 908,56	4 352 600,56	308 219,14
Współczynnik skośności	–0,2648	–0,1843	0,022
Kurtoza	2,96	2,97	3,45
Współczynnik zmienności (%)	29,80	30,04	98,16
Minimum	–3,28	–3,20	–1,75
Maximum	12,41	14,85	3,54
Rozstęp	15,69	18,05	5,29
Błąd standardowy średniej	0,01	0,01	0,00

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 4. Rozkład wartości opcji rozszerzenia

Źródło: opracowanie własne za pomocą programu Crystal Ball.

Charakterystyczne dla wykresu przedstawiającego rozkład wartości opcji rozszerzenia są punkty-przedziały, które wyróżniają się częstością występowania, a więc także wysokim prawdopodobieństwem zaistnienia. Pojawienie się tych swoistych „iglic” i „schodków” ma bezpośredni związek z kumulacją wartości wynikowych modelu przed wykonaniem opcji. Prognozy dotyczące popytu zakładały jego stopniowy wzrost i jeśli przekraczał on przez dwa lata z rzędu liczbę dostępnych miejsc parkingowych, następowało wykonanie opcji. W wyniku symulacji pojawiało się jednak wiele przypadków, w których zadany warunek był spełniony połowicznie i nie następowała rozbudowa garażowca. Wielokrotnie wygenerowany popyt nie był realizowany w pełni, a przychody były ograniczone maksymalną ilością miejsc parkingowych. Na bazie otrzymanych wyników (zob. rys. 4 i tab. 4) można stwierdzić, że należy zrealizować projekt rozszerzony, gdyż w większości przypadków będzie miał wyższą wartość.

Uwagi końcowe

Zaprezentowana metoda wyceny opcji realnych ma wiele zalet. Wśród nich można wymienić nowy, bardziej intuicyjny i łatwiejszy w zastosowaniu algorytm wyceny. Poprzez odejście od powszechnie stosowanych metod mających swoje korzenie w wycenie instrumentów finansowych, zostało zniesionych wiele trudnych lub czasem niemożliwych do spełnienia założeń. Podwójna symulacja Monte Carlo jest uzupełnieniem powszechnie stosowanych dyskontowych metod wyceny inwestycji. Te wszystkie pozytywne cechy sprawiają, że zastosowanie tej metody w praktyce, na przykład w projektach związanych m.in. z: górnictwem, wydobyciem i eksploatacją gazu ziemnego i łupkowego czy obrotem nieruchomościami, powinno być prostsze i zdecydowanie częstsze niż klasycznych metod wyceny opcji realnych. Mimo tych zalet, zaprezentowana metoda jest stosunkowo mało znana i wymaga dalszych prac i badań.

Literatura

Black F., Scholes M. (1973), *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, „Journal of Political Economy", May–June, vol. 81, s. 637–654.

Bulan L., Mayer Ch., Somerville C.T. (2006), *Irreversible Investment, Real Options, and Competition: Evidence from Real Estate Development*, National Bureau of Economic Research, Working Paper 12486, Cambridge, (www.nber.org/papers/w12486).

Copeland T., Antikarov V. (2001), *Real Options: a Practitioner's Guide*, Texere, New York, s. 244–253.

Cox J., Ross S., Rubinstein M. (1979), *Options Pricing. A Simplified Approach*, „Journal of Financial Economics", vol. 7, no. 3, s. 229–264.

Jaeckel P. (2002), *Monte Carlo Methods in Finance*, John Wiley and Sons Ltd., Chichester.

Jakubowski J. (2011), *Matematyka stosowana. Modele matematyczne rynków instrumentów pochodnych I*, Uniwersytet Warszawski, Warszawa.

Kyungwon K. (2008), *Real Options: A Way to Deal with Market Uncertainty in Real Estate Development Projects*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.

Leviakangas P., Lahesmaa J. (2002), *Profitability Evaluation of Intelligent Transport System Investments*, „Journal of Transportation Engineering", no. 128 (3), s. 276–286.

Luehrman T.A. (1998), *Investment Opportunities as Real Options. Getting Started on the Numbers*, Harvard Business Review, July–August, vol. 76 (4), s. 51–67.

Myers S.C. (1977), *Determinants of Corporate Borrowing*, „Journal of Financial Economics", no. 5.

Neufville R. de, Scholtes S., Wang T. (2006), *Real Options by Spreadsheet: Parking Garage Case Example*, Am. Soc. of Civil Engineers, „Journal of Infrastructure Systems", vol. 12, no. 3, s. 107–111.

Pastusiak R. (2009), *Ocena efektywności inwestycji*, Wydawnictwo CeDeWu, Warszawa.

Rogowski W. (2013), *Rachunek efektywności inwestycji*, Wolters Kluwer, Warszawa.

Trigeorgis L. (1996), *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press.
Wiśniewski T. (2008), *Ocena efektywności inwestycji rzeczowych ze szczególnym uwzględnieniem ryzyka*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.

THE USE OF DOUBLE MONTE CARLO SIMULATION IN VALUATION INVESTMENTS EXPANSION OPTIONS

Abstract: The aim of this article is to present the application of Double Monte Carlo Simulation in the valuation investments containing the growth option. Methodological introduction justifies use of Double Monte Carlo Simulation in the real options valuation. Article contains a procedure for constructing a valuation model along with methods of identifying input and key-decision variables. Then the new methodology was applied to valuation of expansion option in a multi-storey car park at Bluewater mall. Interpretation of the results of the valuation summarizes the use of the applied methodology.

Keywords: Monte Carlo Simulation, real options, investment, efficiency, flexibility

Cytowanie

Pawlak M. (2014), *Dwukrotna symulacja Monte Carlo jako metoda wyceny opcji rozszerzenia inwestycji*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 804, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia” nr 67, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 339–351; www.wneiz.pl/frfu.