

Weryfikacja modelu oceny efektywności funduszy inwestycyjnych

Adam Kopiński, Dariusz Porębski*

Streszczenie: W referacie przedstawiono badania nad weryfikacją modelu atrakcyjności funduszy inwestycyjnych przy pomocy metod ekonometrycznych bazujących na spełnieniu założeń Gaussa-Markowa. Każdy model ekonometryczny musi zostać zweryfikowany, od tego zależy jego dalsza użyteczność. Do badania wykorzystano model ekonometryczny stóp zwrotu funduszy inwestycyjnych. Model powstał dla danych z lat 2009–2012, gdyż po tym okresie rynek finansowy w Polsce powoli zaczął się odradzać.

Słowa kluczowe: model ekonometryczny, weryfikacja, fundusze inwestycyjne

Wprowadzenie

W artykule przedstawione zostaną metody weryfikujące model ekonometryczny oceny efektywności funduszy inwestycyjnych. Na podstawie wcześniejszych badań określono najważniejszą zmienną – objaśnianą, mającą decydujący wpływ na status funduszu i jego atrakcyjność, którą jest stopa zwrotu i oznaczono ją jako Y . Do czynników mających wpływ na kształtowanie się stopy zwrotu wybrano: X_1 – Ryzyko waloru \hat{v} , X_2 – współczynnik β waloru, X_3 – wskaźnik Treynor’a, X_4 – wskaźnik Sharpe’a, X_5 – wskaźnik Alfa Jensena, X_6 – wskaźnik Modiglianich, X_7 – wskaźnik Sortino. Dane do modelu pochodzą z serwisu Notoria zebrane dla lat 2009–2012, gdyż pod koniec tego okresu polski rynek finansowy zaczął się powoli odradzać, a w związku z tym zainteresowanie problematyką inwestycji w krajowe fundusze stało się znów atrakcyjne. Podjęcie tematyki z tego punktu widzenia wydaje się być zasadne.

Po etapie estymacji parametrów strukturalnych modelu konieczne jest sprawdzenie jego „dobroci”, czyli weryfikacja. Weryfikację modelu przeprowadza się z punktu widzenia trzech kryteriów: dopasowania modelu, istotności wpływu zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą, własności składnika losowego (Mercik, Szmigiel 2007: 154).

* prof. dr hab. Adam Kopiński, Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, ul Komandorska 118/120, 53-345 Wrocław, adam.kopinski@ue.wroc.pl; mgr Dariusz Porębski, Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, ul Komandorska 118/120, 53-345 Wrocław, dariusz.porebski@ue.wroc.pl.

1. Metodyka badań i przebieg procesu badawczego

Weryfikacja jednorównaniowego liniowego modelu ekonometrycznego to przede wszystkim ocena merytoryczna (stwierdzenie, czy otrzymane wyniki estymacji zgodne są z pewnymi założeniami i oczekiwaniami, a także z teorią ekonomii). Konieczna jest również weryfikacja statystyczna, polegająca na badaniu istotności parametrów modelu i spełnieniu założeń Gaussa-Markowa. Do weryfikacji tych założeń prowadzą:

- testy normalności rozkładu składnika losowego, np. za pomocą testu Shapiro-Wilka, Jarque-Bera lub Kołmogorowa-Smirnowa),
- potwierdzona autokorelacja rzędu I, dzięki testowi Durбина-Watsona,
- jednorodność modelu – badanie heteroskedastyczności z użyciem testu Goldfelda-Quandt,
- zgodność charakteru zależności z przyjętą w modelu postacią funkcyjną modelu (liniowość modelu), czyli test liczby serii.

W wymienionych testach stosowany jest również współczynnik determinacji R^2 , powiązany ze współczynnikiem zbieżności oraz rozkład Fishera-Snedecora.

Zjawisko normalności badamy za pomocą jednego z testów, przykładowo dla testu Shapiro-Wilka stawiamy hipotezy:

H_0 : $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$; rozkład składnika losowego modelu jest rozkładem normalnym,

H_1 : $-\varepsilon \sim N(0, \sigma)$; składnik losowy modelu ma rozkład różny od normalnego.

Sprawdzianem testu jest statystyka:

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} a_{n-i+1} (e_{n-i+1} - e_i) \right)^2}{\sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2},$$

gdzie:

a_i – współczynnik Shapiro-Wilka, stała zależna od n oraz od k ,

e_i – reszty modelu uporządkowane rosnąco.

Obszar odrzucenia hipotezy jest lewostronny:

$$(0, W_{n, \alpha}^*),$$

gdzie W^* jest wartością krytyczną odczytaną z tablic wartości krytycznych do testu Shapiro-Wilka.

Podstawowym zadaniem jest zbadanie, czy w modelu występuje zjawisko autokorelacji. W przypadku jego wykrycia istnieją procedury pozwalające zachować optymalność estymatora wektora parametrów strukturalnych. Statystyką testową jest statystyka Durбина-Watsona o postaci:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2}.$$

Dla zadanego poziomu istotności α w tablicach statystycznych odczytuje się wartości krytyczne: dolną d_l i górną d_u rozkładu Durbina-Watsona w zależności od liczby szacowanych parametrów ($k + 1$) oraz liczebności próby statystycznej T . Jeżeli $DW < d_l$, wówczas odrzucamy hipotezę zerową na rzecz hipotezy alternatywnej, co oznacza istnienie dodatniej autokorelacji. Jeżeli $DW > d_u$, to nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, czyli stwierdzamy brak istotnej korelacji dodatniej. W sytuacji, gdy $d_l \leq DW \leq d_u$ test nie daje odpowiedzi na temat występowania autokorelacji, jest to tak zwany obszar niekonkluzywności. Podobnie stawiamy dwie hipotezy:

H_0 : $\rho = 0$; nie występuje autokorelacja (rzędu pierwszego) składnika losowego modelu, gdzie ρ – nieznaną wartość współczynnika autokorelacji rzędu pierwszego w populacji, którego estymatorem jest współczynnik autokorelacji w próbie $\hat{\rho}$, wyznaczany jako:

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^T e_t e_{t-1}}{\sqrt{\sum_{t=1}^T e_t^2 \sum_{t=2}^T e_{t-1}^2}} \approx \frac{\sum_{t=2}^T e_t e_{t-1}}{\sum_{t=1}^T e_t^2}.$$

Dla $\hat{\rho} > 0$ hipoteza alternatywna formułowana jest w postaci: H_1 : $\rho > 0$.

W przypadku silnej dodatniej autokorelacji składniki losowe wykazują tendencję do małej zmienności, co powoduje, że w takim przypadku iloraz DW przyjmie wartości stosunkowo małe (Dziechciarz red. 2003: 127).

Homoskedastyczność jest to stałość wariancji składnika losowego, natomiast istotne też jest pojęcie stacjonarności, którą jest m. in. stałość w czasie rozkładu składnika losowego. Przeciwnością homoskedastyczności jest heteroskedastyczność. Stacjonarność składnika losowego implikuje jego homoskedastyczność, ale tylko ze względu na czas (Mercik, Szmigiel 2007: 169).

Do zbadania heteroskedastyczności stosujemy test Goldfelda-Quandta (*Ekonometria...* 2003: 130) o jednorodności wariancji, naturalnie stawiając hipotezy:

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_r^2$ lub $\sigma^2 = \text{const}$; wariancja rozkładu reszt modelu jest stała (model jest homoskedastyczny),

H_1 : $\sigma^2 \neq \text{const}$; wariancja rozkładu reszt modelu nie jest stała (model jest heteroskedastyczny).

Sprawdzianem testu jest statystyka:

$$F = \frac{\max\{S_{e1}^2, S_{e2}^2, \dots, S_{er}^2\}}{\min\{S_{e1}^2, S_{e2}^2, \dots, S_{er}^2\}}.$$

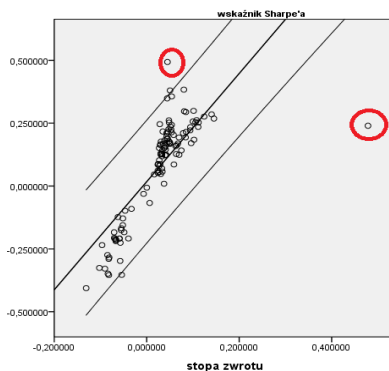
Statystyka F ma rozkład Fishera-Snedecora z $n_1 - (k + 1)$ (liczebność próby z licznika sprawdzianu) i $n_2 - (k + 1)$ (liczebność próby z mianownika sprawdzianu) stopniami swobody. Obszar odrzucenia jest prawostronny.

Zastosowanie klasycznej Metody Najmniejszych Kwadratów (MNK) do oszacowania parametrów modeli heteroskedastycznych powoduje, iż estymatory tychże parametrów nie są najbardziej efektywne. Postuluje się wówczas stosowanie innych metod estymacji (uogólnionej MNK, ważonej MNK). W wyniku stosowania np. uogólnionej MNK, wartości ocen estymatorów parametrów z reguły nie ulegają zmianie, następuje jednak przeszacowanie błędów standardowych.

2. Konstrukcja modelu ekonometrycznego dla stóp zwrotu z funduszy inwestycyjnych

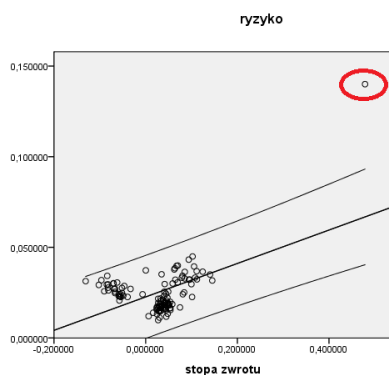
Przy tworzeniu modelu stosowano Metodę Hellwiga, która wykazała, że wskaźniki Treynora i Sharpe'a są najważniejszymi elementami opisującymi efektywność waloru. W praktyce okazuje się jednak, że niekoniecznie wskazane silne elementy zestawione ze sobą w parze pozwalają uzyskać silny współczynnik R^2 . Współczynnik determinacji wskazuje, jaka część ogólnej zaobserwowanej zmienności zmiennej objaśnianej została wyjaśniona (opisana) przez model ekonometryczny (Guzik 2005: 94). Wskazania metody Hellwiga ukierunkowały się również na miarę odchylenia standardowego – ryzyka waloru (korelacja na poziomie 0,508) oraz wskaźnik Sortino o w miarę silnej korelacji (0,768) ze stopą zwrotu. Dobrym rozwiązaniem wydaje się być stworzenie kombinacji z par zmiennych, czyli tych najważniejszych: wskaźników Treynora i Sharpe'a z wskazanymi dodatkowo: ryzykiem waloru i wskaźnikiem Sortiono. Jest to możliwe za pomocą programu SPSS. Dzięki temu ta kombinacja zmiennych, która uzyska najwyższy współczynnik determinacji, może posłużyć do stworzenia np. modelu ekonometrycznego dla stóp zwrotu z funduszy inwestycyjnych.

Graficzną ilustrację włączonych do modelu relacji przedstawiają rysunki poniżej. Przedstawiono wykresy liniowej funkcji regresji wraz z 95% przedziałem ufności kolejno na rysunkach 1 i 2. Pierwszy przedstawia konfrontację stopy zwrotu ze wskaźnikiem Sharpe'a, natomiast kolejny z odchyleniem standardowym.



Rysunek 1. Funkcja regresji – stopa zwrotu vs wskaźnik Sharpe’a

Źródło: opracowanie własne na podstawie obliczeń w programie SPSS.



Rysunek 2. Funkcja regresji – stopa zwrotu vs ryzyko σ

Źródło: opracowanie własne na podstawie obliczeń w programie SPSS.

Na rysunkach zaznaczono skrajne wartości, które nie mieszczą się w 95% przedziale ufności i zakłócają wyniki obliczeń, min. korelacji oraz analizy regresji. W znacznym stopniu może wpłynąć to na ostateczny kształt modelu funkcji liniowej, w szczególności na wartości współczynników, a także prowadzić do błędnego wnioskowania. Dlatego też, podejrzane punkty zostały odrzucone z próby. Po wstępnej estymacji krzywych przeprowadzono analizę regresji liniowej modelu o dwu zmiennych, którego predyktorami są odpowiednio: kapitał własny oraz sprzedaż. Wyniki analizy regresji okazały się być bardzo zadawalające.

Tabela 1

Współczynniki determinacji – po odrzuceniu skrajnych zmiennych

Zmienna objaśniana (zależna)	Zmienne objaśniające (predyktory)	Współczynnik determinacji R^2	Współczynnik Korelacji
Stopa zwrotu	wskaźnik Sharpe'a i ryzyko σ	0,879	0,938

Źródło: opracowanie własne na podstawie obliczeń w programie SPSS.

Wystąpiła silna korelacja w liniowych modelach predyktorów ze zmienną objaśnianą (stopa zwrotu) – 0,938, co stanowi argument za dokonaniem właściwego doboru zmiennych. Dodatkowo wartości współczynnika mówią o wzroście zmiennej objaśnianej wraz ze zwiększaniem się zmiennych objaśniających, tj.: ryzyka i wskaźnika Sharpe'a. Osiągnięte zostały także wysokie współczynniki dopasowania funkcji do danych empirycznych. Współczynnik R^2 wskazuje, że tylko niewielka część informacji o stopach zwrotów z funduszy inwestycyjnych zostanie wyjaśniona przez czynniki losowe.

Parametry równań, tj.: stałą (α_0) oraz parametry strukturalne przedstawia tabela 2.

Tabela 2

Parametry równań regresji liniowej

Y	X_1	X_2	α_1	α_2	α_0
Stopa zwrotu	Ryzyko σ	Wskaźnik Sharpe'a	2,779	0,289	-0,065

Źródło: opracowanie własne na podstawie obliczeń w programie SPSS.

Dzięki powyższym obliczeniom i otrzymanym wynikom można ostatecznie sformułować model w postaci:

$$Y = 2,779 X_1 + 0,289 X_2 - 0,065.$$

Na podstawie zastosowanych metod i szacunków wprowadzono w model duet zmiennych wskaźnik Sharpe'a i odchylenia standardowego. Pozostałe elementy opisujące zmienną objaśnianą to parametry strukturalne otrzymane za pomocą równań regresji liniowej w programie SPSS.

3. Weryfikacja modelu ekonometrycznego

Weryfikacji modelu dokonano badaniami jego reszt doszukując się: normalności według rozkładu, autokorelacji dodatniej lub ujemnej, homoskedastyczności.

Zjawisko normalności badamy za pomocą testów Kołmogorowa-Smirnowa lub Shapiro-Wilka. Polega ono na zbadaniu, czy składniki losowe ε dla poszczególnych zmiennych

objaśniających mają rozkład normalny o wartości oczekiwanej zero oraz stałej wariancji: $N(0, \delta_\epsilon)$. Należy przyjąć następujące hipotezy: H_0 : składnik resztowy posiada rozkład normalny, H_1 : składnik resztowy nie posiada rozkładu normalnego. Do badania przyjęto poziom istotności na poziomie $\alpha = 0,05$. Wyniki przedstawia tabela 3.

Tabela 3

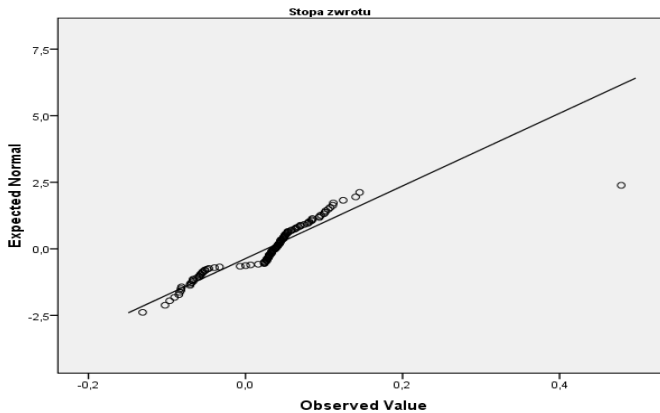
Testy normalności rozkładu

Rodzaj testu	Kołmogorow-Smirnow(a)			Shapiro-Wilk		
	statystyka	df	istotność	statystyka	df	istotność
Stopa zwrotu	0,199	116	0,189(*)	0,829	116	0,286

(*) – dolna granica rzeczywistej istotności; (a) – z poprawką istotności Lillieforsa.

Źródło: opracowanie własne na podstawie obliczeń w programie SPSS.

Zarówno test Kołmogorowa-Smirnowa, jak i Shapiro-Wilka (z 116 stopniami swobody) wskazują na rozkład normalny reszt modelu. W obu przypadkach mamy istotności większe niż zakładany poziom $\alpha = 0,05$. Wnioskując stwierdzić należy, iż nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 , że składniki losowe mają rozkład normalny. Rozkład normalności reszt można zaobserwować na poniższym rysunku.



Rysunek 3. Wykres K–K

Źródło opracowanie własne na podstawie obliczeń w programie SPSS.

Kontynuując weryfikację modelu, wykorzystujemy test Durбина-Watsona, służący do testowania autokorelacji. Stawiamy hipotezę: H_0 : $\rho = 0$, autokorelacja nie występuje lub H_1 : $\rho > 0$ (lub $\rho < 0$), autokorelacja występuje dodatnia lub ujemna.

Tabela 4

Model – Podsumowanie obliczeń dla modelu

Model	R	R-kwadrat	Skorygowane R-kwadrat	Błąd standardowy oszacowania	Statystyka Durбина-Watsona
1	0,938	0,879	0,877	0,02572	1,952

(a) – predyktory: (stała), ryzyko, wsk. Sharpe'a; (b) – zmienna zależna: stopa zwrotu.

Źródło: opracowanie własne na podstawie obliczeń w programie SPSS.

Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$, liczbie obserwacji $n = 116$ oraz $k = 2$ (zmiennie objaśniające) z tablic wartości krytycznych statystyki Durбина-Watsona odczytujemy $d_L = 1,66$ i $d_U = 1,73$. Zachodzi tu zależność dla badanego modelu, czyli statystyka Durбина-Watsona równa 1,952, gdzie $1,952 > d_U$, czyli $SDW > d_U$. Nasuwa to wniosek, iż nie odrzucamy hipotezy H_0 o występowaniu autokorelacji.

Jednak na podstawie analizy nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 i nie możemy stwierdzić, iż występuje tu autokorelacja. W takim przypadku możemy jedynie stwierdzić, że nie występuje autokorelacja dodatnia. Musimy zbadać, czy nie mamy do czynienia z silną ujemną autokorelacją, stosując następujące obliczenia: $SDW' = 4 - SDW$, czyli $SDW' = 4 - 1,952$. Z tego wynika $SDW' = 2,048$, czyli $SDW' > d_U$. Dzięki kalkulacji mamy pewność, że nie występuje tu ani ujemna, ani dodatnia autokorelacja.

Na podstawie testu Goldfelda-Quandt badamy, czy wariancje są identyczne w podgrupach. Stawiamy hipotezy: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ i $H_1: (I) \sigma_1^2 > \sigma_2^2$; lub (II) $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$, gdzie (I) $F_e = S_1^2 / S_2^2$ lub: (II) $F_e = S_2^2 / S_1^2$. Dzielimy składniki resztowe na dwie grupy i liczymy ich kwadraty. Liczebności grup przedstawiają się następująco: $n_1 = 52$; $n_2 = 64$. Wyliczamy składniki wymagane do statystyk F-Snedecora.

Stosując równania: $S_1^2 = \Sigma e_i^2 / (n_1 - m - 1)$, $S_2^2 = \Sigma e_i^2 / (n_2 - m - 1)$ otrzymujemy: $S_1^2 = 0,19$ i $S_2^2 = 2,34$. Ponieważ $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ to F_e wyliczamy ze stosunku S_2^2 do S_1^2 . Wyliczenia pozwalają stwierdzić, że wyznaczona wartość empiryczna ma rozkład F-Snedecora i wynosi $F_e = 12,31$, natomiast wartość krytyczna $F_\alpha = 1,55$. Ponieważ wystąpiła zależność $F_e < F_\alpha$, możemy stwierdzić, że: nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 o homoskedastyczności składników losowych modelu. Przyjmujemy, iż składnik losowy jest homoskedastyczny, czyli wariancja reszt w badanym modelu jest stała.

Wykonane testy potwierdzają poprawność sugerowanego modelu dla stóp zwrotu z funduszy inwestycyjnych.

Uwagi końcowe

Na podstawie badań określono ostatecznie postać modelu ekonometrycznego, która następnie została poddana weryfikacji. Każdy model ekonometryczny musi zostać zweryfikowany, gdyż od tego zależy jego dalsza użyteczność. Model ekonometryczny składa się z miary

ryzyka funduszy inwestycyjnych, czyli odchylenia standardowego od stopy zwrotu walu-ru i wskaźnika Sharpe'a. Para tych współczynników pozwoliła osiągnąć bardzo wysoki współczynnik R^2 .

W artykule zastosowano metody ekonometryczne służące weryfikacji modelu, oparte na założeniach Gaussa-Markowa. Dzięki obliczeniom wszystkie te założenia okazały się spełnione, co oznacza, że weryfikacja modelu przebiegła prawidłowo i zakończyła się pozytywnie. Sprawne dokonanie obliczeń było możliwe za pomocą programu SPSS. W dalszej kolejności model może posłużyć prognozowaniu dla stóp zwrotu z portfela krajowych funduszy inwestycyjnych. Można dokonać symulacji pozorowanej na danych historycznych efektywności danego portfela.

Literatura

- Ekonometria, metody, przykłady, zadania* (2003), red. J. Dziechciarz, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Gabryelczyk K. (2006), *Fundusze inwestycyjne, rodzaje, zasady funkcjonowania, efektywność*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.
- Guzik B. (2005), *Ekonometria*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
- Hellwig Z. (1968), *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę kwalifikowanych kadr*, „Przegląd Statystyczny”, nr 4.
- Hellwig Z. (1999), *Metody ilościowe w ekonomii. Pisma wybrane*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Mercik J., Szmigiel C. (2007), *Ekonometria*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.

VERIFICATION OF THE EFFECTIVENESS EVALUATION MODEL OF INVESTMENT FUNDS

Abstract: This paper presents research on the verification of model attractiveness of investment funds with the help of econometric methods based on the performance of the Gauss-Markov assumptions. Each econometric model needs to be verified because his usefulness depends of it. The study used an econometric model for investment funds rate of return. The model was created from data for years 2009–2012, because after this period financial market in Poland slowly began to recover.

Keywords: econometric model, verification, investment funds

Cytowanie

- Kopiński A., Porębski D. (2014), *Weryfikacja modelu oceny efektywności funduszy inwestycyjnych*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 802, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia” nr 65, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 353–361; www.wneiz.pl/frfu.

