

MARCIN PAWLAK

SYMULACJA MONTE CARLO W ANALIZIE RYZYKA PROJEKTÓW INWESTYCYJNYCH

Ocena ryzyka w projektach inwestycyjnych

Niepewność i ryzyko są nieodłącznymi elementami każdego procesu inwestycyjnego, występującymi na każdym etapie jego realizacji. Ich obecność w działalności inwestycyjnej wiążącej się z alokacją zasobów, uwarunkowana jest istnieniem wielu zmiennych czynników – zarówno w otoczeniu jednostki gospodarczej, jak i w jej wnętrzu – które mają wpływ pośrednio lub bezpośrednio na wartość projektu. Brak informacji i zmienność wielu parametrów (rynkowych, technicznych, społecznych, politycznych), a także brak możliwości przewidzenia siły ich oddziaływania powodują, że realizowane przedsięwzięcie staje się ryzykownym i niepewnym. Często nadużyciem jest stosowanie zamiennie terminów niepewność i ryzyko¹. Ryzyko projektu inwestycyjnego, które jest tematem tego artykułu, to dająca się skwantyfikować możliwość wystąpienia niekorzystnych, a także korzystnych odchyleń nakładów i (lub) efektów inwestycji od wcześniej zakładanych. Skala zmian pomiędzy rzeczywistymi, a pierwotnie planowanymi wartościami określa wielkość ryzyka². Niepewność zaś jest definiowana jako niedająca się opisać stochastycznie przypadkowość otoczenia zewnętrznego, na którą firma i kadra kierownicza nie mają wpływu. Logiczne jest, że znając oddziałujące ryzyko, menadżerowie będą się starali w świadomy sposób ograniczyć jego wpływ i przygotować na zagrożenia związane z niepewnością. Istnieje wiele sposobów na zmniejszenie ryzyka, począwszy od wyborów dotyczących strategii działania (skali działalności, rynków, produktów), a także działań zmierzających do ograniczenia ewentualnych strat, bądź zmiany stopnia wrażliwości aktywów firmy lub projektu inwestycyjnego na niepewność.

¹ F.H. Knight: *Risk, Uncertainty and Profit*. Schaffner&Marx, Boston 1921, <http://www.econlib.org/library/Knight/knRUP.html> (18.02.2012). Knight w swoim dziele jako jeden z pierwszych określił definicje ryzyka i niepewności. Według Knighta zdarzenia niepewne to takie, co do których nie można zastosować żadnej miary prawdopodobieństwa, natomiast zdarzenia, których potencjalne istnienie można zmierzyć za pomocą prawdopodobieństwa matematycznego, statystycznego lub szacunkowego, określił mianem ryzyka.

² R. Ziarkowski: *Opcje rzeczowe oraz ich zastosowanie w formułowaniu i ocenie projektów inwestycyjnych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice 2004, s. 17.

Ryzyko może być mierzone trzema głównymi rodzajami miar, szczegółowo opisanymi w literaturze przedmiotu. Wyróżniamy miary:

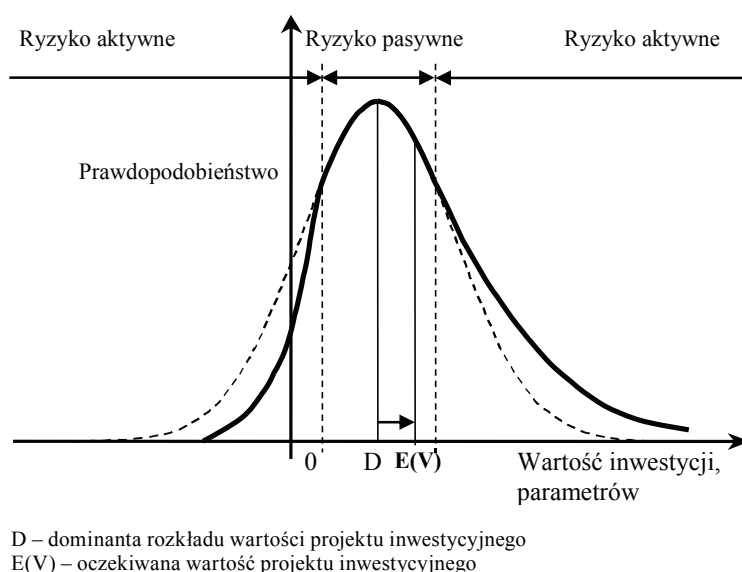
1. Zmienności – w ocenie ryzyka jest to najczęściej wariancja albo odchylenie standardowe stóp zwrotu z inwestycji. Na podstawie rozproszenia zmiennych wyjściowych za pomocą miar statystycznych (np. rozstęp, współczynnik asymetrii, miary skupienia) dokonuje się oceny ryzyka.
2. Wrażliwości – zakładają, że wraz ze wzrostem wrażliwości stóp zwrotu na czynniki ryzyka, rośnie ryzyko inwestycyjne. Celem miar wrażliwości jest uwzględnienie zależności zachodzących pomiędzy wartością inwestycji, jej parametru a czynnikami ryzyka wpływającymi w sposób bezpośredni na jej wartość. Do miar wrażliwości można zaliczyć np. współczynnik Beta.
3. Zagrożenia – określają możliwość wystąpienia niekorzystnych zjawisk. Na podstawie rozkładu zmiennej wyjściowej można określić prawdopodobieństwo niepowodzenia projektu lub uzyskania wartości niższej niż wartość oczekiwana alternatywnego projektu.

Ryzyko mające wpływ na wartość projektów inwestycyjnych można podzielić ze względu na czynniki je kształtujące na systematyczne i specyficzne. Pierwsze z nich to ryzyko wywołane ogólnymi warunkami gospodarowania (rynkowymi, branżowymi, politycznymi, społecznymi, prawnymi) i dotyczące wszystkich przedsięwzięć inwestycyjnych realizowanych w danym regionie czy kraju. Podmioty gospodarcze nie mają na ogół na nie bezpośredniego wpływu. Ryzyko specyficzne jest indywidualną cechą opisującą każdą inwestycję. Jest ono związane z przyszłymi zdarzeniami, które można częściowo kontrolować albo przewidywać. Źródłem tego ryzyka są czynniki mezogospodarcze i mikrogospodarcze³. Ryzyko specyficzne ze względu na swój charakter jest nazywane także ryzykiem dywersyfikowanym, nierynkowym, niesystematycznym.

Istotną ze względu na dalsze rozważania jest klasyfikacja ryzyka wyróżniająca podział na ryzyko aktywne i pasywne. Na etapie planowania inwestycji lub w momencie podejmowania decyzji zarządzający są w stanie określić wartości i możliwe zmiany praktycznie wszystkich parametrów wejściowych projektu. Wiedzą więc jakiej wartości danego parametru się spodziewać, jakie mogą być odchylenia od wartości oczekiwanej i z jakim prawdopodobieństwem mogą one zaistnieć. Możliwe jest więc opisanie w przybliżeniu poszczególnych parametrów określonym rozkładem prawdopodobieństwa. Wartość parametrów, jak i sama wartość projektu inwestycyjnego podczas jego realizacji, może się różnić od wartości planowanych. Niewielkie, obciążone niepewnością, wahania parametrów, zarówno pozytywne, jak i negatywne, mieszczące się w tolerancji planowanej w założeniach projektu, niemające istotnego znaczenia dla jego realizacji, nie wywołują reakcji zarządzających. Jest to niepewność o pasywnym wpływie (ryzyko pasywne). Ale jeżeli odchyle-

³ W. Rogowski, A. Michalczewski: *Zarządzanie ryzykiem w przedsięwzięciach inwestycyjnych*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2005, s. 24.

nia od wartości parametrów będą większe od zakładanych, to w przypadku negatywnego wpływu na wartość inwestycji, zarządzający podejmą stosowne kroki zmierzające do poprawy sytuacji lub ograniczenia strat. Z drugiej strony, gdy sytuacja rozwija się korzystnie, będzie dążyła do maksymalizacji korzyści z tym związanych. Taki stosunek do ryzyka pod kątem jego wpływu na wartość projektu nosi znamiona podejścia opcyjnego. Reakcja zarządzających rozpoczyna się wtedy, gdy przekroczone zostają graniczne wartości parametrów. Wykonywana wtedy opcja ma na celu maksymalizację korzyści bądź minimalizację strat, co przesuwają wykres rozkładu wartości inwestycji w prawo. Opisaną sytuację, wraz z zaznaczonymi obszarami ryzyka aktywnego i pasywnego przedstawia rysunek 1.



Rysunek 1. Aktywne i pasywne ryzyko projektu inwestycyjnego

Źródło: T. Wiśniewski: *Ryzyko projektu inwestycyjnego a ocena jego efektywności*, [w:] *Zarządzanie Finansami. Zarządzanie Ryzykiem i Kreowanie Wartości*, t. 1, red. D. Zarzecki, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 455, Szczecin 2007, s. 503.

Obszar ryzyka pasywnego determinowany jest sposobem, w jaki firma chce przeciwdziałać ryzyku. W założeniach projektu inwestycyjnego graniczne wartości parametrów (lub wartość projektu) przyjętych za istotne, wyznaczają obszary ryzyka pasywnego i aktywnego. Czynnikiem wpływającym na obszar ryzyka pasywnego jest także częstotliwość obserwacji parametrów decyzyjnych, uruchamiających reakcję zarządzających. Jak można zaobserwować, kontrola czynników ekonomicznych w przedsiębiorstwie nie jest ciągła, tylko punktowa, więc decyzje mogą być podejmowane tylko po aktualizacji informacji, co wpływa na elastyczność reakcji na ryzyko. Pomiędzy cyklami oceny parametrów ini-

cujących reakcję, zarządzający znajduje się w obszarze ryzyka pasywnego, które wynika z braku istotnych informacji. Korzystnym jest stan, w którym obszar ryzyka pasywnego jest jak najmniejszy. Na rysunku 1 linią przerywaną przedstawiono symetryczną dystrybucję rozkładu wartości projektu, co odpowiada firmie niereagującej na zmienne warunki realizacji projektu inwestycyjnego. Linia ciągła różni się od przerywanej wartością, którą firma uzyskuje w wyniku możliwości reakcji na zmienność otoczenia inwestycyjnego⁴.

Uwzględniając podział ryzyka na pasywne i aktywne, można wyróżnić aktywne i pasywne metody analizy ryzyka⁵:

- 1) metody analizy ryzyka pasywnego:
 - analiza wrażliwości,
 - analiza scenariuszy (jakościowa),
 - metody probabilistyczno-statystyczne,
 - symulacyjna metoda Monte Carlo;
- 2) metody analizy ryzyka aktywnego:
 - analiza scenariuszy (ilościowa),
 - metoda drzew decyzyjnych,
 - wycena opcji realnych,
 - symulacyjna metoda Monte Carlo.

Oprócz wymienionych metod, spotyka się dość często metody korygujące, uwzględniające ryzyko w rachunku opłacalności inwestycji. Należą do nich: metoda równoważnika pewności oraz metoda stopy dyskontowej, uwzględniającej ryzyko. Każda z wymienionych metod analizy ryzyka ma swoje wady i zalety. W badaniach przeprowadzonych przez W. Rogowskiego wyraźnie widać, że największą popularnością ze względu na prostotę stosowania cieszą się analiza wrażliwości oraz metoda scenariuszowa. Dobór metody analizy ryzyka zależy od wielu różnorodnych czynników, takich jak: stosunek do ryzyka, warunki podejmowania decyzji, zakres ryzyka, dostępność i zakres informacji, warunki inwestowania, w tym długość okresu życia projektu inwestycyjnego (długookresowa i krótkookresowa analiza ryzyka), znajomość metod analizy ryzyka i umiejętność ich zastosowania w praktyce inwestycyjnej, wiedza i doświadczenie w zakresie szacowania poziomu ryzyka i prawdopodobieństwa zdarzeń mających wpływ na ryzyko, świadomość decydenta dotycząca poziomu pracochłonności i kosztowności zastosowanych metod⁶.

⁴ Por. T. Wiśniewski: *Ocena efektywności inwestycji rzeczowych ze szczególnym uwzględnieniem ryzyka*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2008, s. 216–222.

⁵ Szerzej o analizie ryzyka w projektach inwestycyjnych traktuje W. Rogowski: *Rachunek efektywności przedsięwzięć inwestycyjnych*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2004, s. 189–253.

⁶ W. Rogowski: *Metody analizy ryzyka projektów inwestycyjnych*, http://www.wrogowski.nazwa.pl/materialy/zarzadzanie%20ryzykiem/Zarzadzanie_ryzykiem_analiza_III.pdf (18.02.2012).

Geneza powstania symulacji Monte Carlo

W ostatnich latach złożoność obliczeń numerycznych w teorii i praktyce zarządzania finansami znacznie wzrosła. Szybki postęp techniczny, oparty w głównej mierze na rozwoju technologii komputerowych, zaowocował powstaniem i adaptacją dużej liczby nowych technik obliczeniowych, stworzonych na bazie ekonometrii i statystyki, a mających zastosowanie w szeroko definiowanej nauce – ekonomii. Jedną z tych metod jest symulacja Monte Carlo, której powstanie⁷ przypisywane jest Stanisławowi Ulamowi, matematykowi, współtwórcy amerykańskiej bomby termojądrowej w ramach projektu Manhattan. Jon von Neumann i Nicholas Metropolis, z którymi Ulam współpracował, przekształcili ideę próbkowania statystycznego „z matematycznej ciekawostki do formalnej metodologii mającej zastosowanie w rozwiązywaniu różnorodnych problemów”⁸. J. von Neumann mógł rozwijać metodę Monte Carlo, biorąc udział w pracach nad komputerem MANIAC I (*Mathematical Analyzer, Numerator, Integrator, and Computer*) i jego następną wersją – MANIAC II, których powstanie było związane z wykonywanymi badaniami nad zachowaniem neutronów w reaktorze atomowym. Niezbędna bowiem do właściwego i efektywnego korzystania z metody Monte Carlo okazała się maszyna wykonująca miliony operacji na sekundę, umożliwiająca wykonanie dużych prób statystycznych, gwarantujących zmniejszenie błędu średniokwadratowego otrzymanego rozwiązania do oczekiwanego poziomu⁹.

Zastosowanie symulacji Monte Carlo do obliczania całek, rozwiązywania równań liniowych i różniczkowych cząstkowych, generowania liczb losowych czy szacowania stałych matematycznych i jej inne funkcje sprawiły, że ta metoda zaczęła być stosowana w wielu dziedzinach życia, także w finansach. Jako pierwszy, zastosowanie symulacji Monte Carlo w analizie ryzyka występującego w projektach inwestycyjnych opisał w 1964 roku D. B. Hertz¹⁰. W pracy P. Boyle’a z 1977 roku zaproponowano wykorzystanie metody Monte Carlo do wyceny opcji. Zarówno Hertz, jak i Boyle w swoich pracach traktowali o generowaniu dowolnej, dostatecznie długiej liczby ciągów obserwacji, zachowujących określone założenia, takie jak losowość, określony typ i parametry rozkładu, a także korelacje między wygenerowanymi ciągami, co pozwala wnioskować o badanym procesie gospodarczym. Z czasem symulacja Monte Carlo znalazła szerokie zastosowanie w finansach, między innymi do szacowania wartości zagrożonej, oceny efektywności inwestycji oraz wyceny aktywów i instrumentów pochodnych¹¹.

⁷ N. Metropolis, S. Ulam: *The Monte Carlo Method*, „Journal of the American Statistical Association” 1949, Vol. 44, No. 247, s. 335–341.

⁸ Y.H. Kwak, L. Ingall: *Exploring Monte Carlo Simulation Applications For Project Management*. „Risk Management” 2007, Vol. 9, s. 44–57, www.palgrave-journals.com/rm (3.02.2012).

⁹ A. Majewska: *Zastosowanie metody Monte Carlo do wyceny opcji*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 394, Szczecin 2004, s. 149–160.

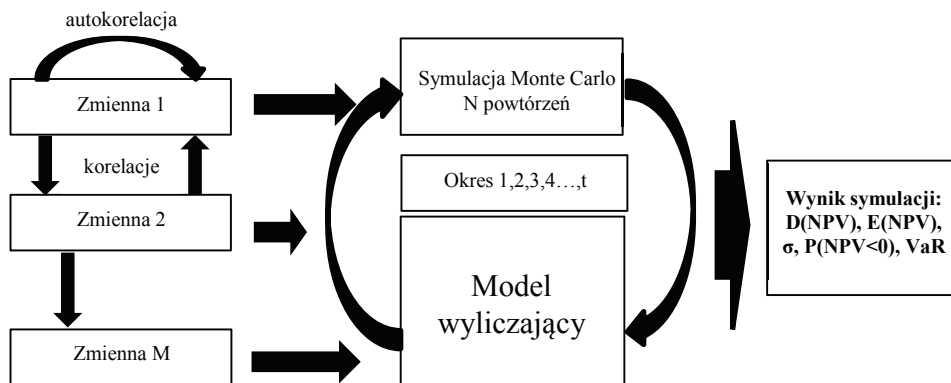
¹⁰ D.B. Hertz: *Risk Analysis in Capital Investment*, Harvard Business Review, 1964, s. 95–106, <http://eduardodiniz.pro.br/documentos/paperharvard82651.pdf>.

¹¹ K. Ziętek-Kwaśniewska: *Symulacje Monte Carlo jako metoda wyceny opcji*, „Scientific Bulletin of Chelms”, Section of Mathematics and Computer Science No. 2/2006.

Istota metody Monte Carlo

Symulacja to przybliżone odtwarzanie zjawiska lub zachowania danego obiektu za pomocą jego modelu. Jest procedurą, w której liczby losowe generowane są według prawdopodobieństwa. Zakłada się, że są one powiązane ze źródłem niepewności, takim jak na przykład przychody ze sprzedaży, koszty działalności przedsiębiorstwa czy nakłady inwestycyjne. Dane związane ze zmiennymi wejściowymi są analizowane w celu określenia prawdopodobnych wyników zmiennej wyjściowej i przypisanym jej ryzykiem.

Symulacja Monte Carlo jest precyzyjną lecz dość skomplikowaną metodą obliczeniową wartości oczekiwanych określonych rozkładów probabilistycznych. Metoda ta umożliwia uwzględnienie wpływu wszystkich równoległe występujących odchyłeń parametrów projektu (a także ich wzajemnych korelacji) na jego ryzyko i wartość. Koncepcja wykorzystania symulacji Monte Carlo do analizy ryzyka bądź efektywności projektu w uproszczeniu opiera się na zdefiniowaniu wybranych zmiennych wejściowych w modelu służącym do wyliczania miar efektywności jako zmiennych losowych o znanym rozkładzie i znanych parametrach. Znając rozkład prawdopodobieństwa i jego parametry można wygenerować losowo wartości tak, aby wylosowany zestaw zmiennych wejściowych tworzył jeden dopuszczalny scenariusz rozwoju modelowanej sytuacji. Jeżeli czynność losowania scenariusza rozwoju sytuacji będzie przeprowadzona wielokrotnie, zostanie wygenerowany zbiór wyników (zbiór wartości NPV lub innych miar efektywności)¹². Im więcej powtórzonych losowań scenariuszy (iteracji), tym wynikowy rozkład wartości jest dokładniejszym odzwierciedleniem rzeczywistości. Technika ta pokazuje więc obszar możliwych wyników oraz odpowiadające im prawdopodobieństwo. Na rysunku 2 zaprezentowano uproszczony mechanizm funkcjonowania metody Monte Carlo.



Rysunek 2. Koncepcja wykorzystania metody Monte Carlo do analizy ryzyka projektu

Źródło: T. Wiśniewski: *Ocena efektywności...*, s. 191.

¹² T. Wiśniewski: *Ocena efektywności...*, s. 190.

Analizując rozkład zmiennych wynikowych otrzymanych w drodze symulacji, można przeprowadzić szczegółową analizę parametrów tego rozkładu i wyliczyć prawdopodobieństwo tego, że projekt będzie nieefektywny ($NPV < 0$) lub efektywny ($NPV > 0$). Za pomocą symulacji Monte Carlo, składając kilka parametrów wejściowych, obciążonych ryzykiem, wpływających na zmienności w stopniu zależnym od stopnia wrażliwości projektu na nie, można także określić ryzyko związane z inwestycją. Metoda ta została opracowana przez T. Copelanda i V. Anticarova i nosi nazwę podejścia skonsolidowanego¹³. Dzięki przeprowadzeniu licznych iteracji symulacyjnych modelu, możliwe jest uzyskanie wielu wyników pozwalających na określenie rozkładu wartości projektu inwestycyjnego, jego parametrów, a wśród nich odchylenia standardowego zwrotów z projektu. Im większa liczba przeprowadzonych iteracji, tym większa dokładność wyników i mniejszy błąd standardowy. Szczegółowe analizy otrzymanych rozkładów zmiennych wyjściowych dają odpowiedź na wiele pytań związanych z ryzykiem realizacji projektu.

Budowa modelu i proces analizy ryzyka

Symulacja Monte Carlo składa się z czterech głównych etapów¹⁴:

- 1) konstrukcji modelu;
- 2) zdefiniowania wejściowych zmiennych stochastycznych, ich rozkładów i wzajemnych powiązań;
- 3) iteracyjnego przeliczenia modelu;
- 4) statystycznej analizy struktury otrzymanych wyników i jej interpretacji.

Symulację Monte Carlo zaczyna się od konstrukcji modelu finansowego przedsięwzięcia inwestycyjnego, w którym definiowane są zmienne zdeterminowane i losowe. Należy określić wszystkie najbardziej istotne zmienne mające wpływ na ryzyko przedsięwzięcia, wykorzystywane w algorytmach danej metody oceny efektywności inwestycji. Dobór zmiennych zależy od rodzaju przedsięwzięcia inwestycyjnego, pożądanego stopnia dezagregacji modelu oraz zakresu prowadzonej analizy. Dla modelu wyliczającego NPV zmienne wejściowe można pogrupować w trzy kategorie¹⁵: zmienne rynkowe (np. cena, wielkość i udział w rynku), nakłady inwestycyjne (np. koszty uruchomienia inwestycji, czas życia projektu inwestycyjnego), koszty stałe i zmienne. Liczba zmiennych zdeterminowanych (pewnych) i losowych (obarczonych ryzykiem) może się zmieniać w zależności od potrzeb danej analizy.

Kolejnym etapem konstruowania modelu jest ustalenie funkcji rozkładu prawdopodobieństwa i parametrów rozkładu dla każdej zmiennej obciążonej ryzykiem. Intuicyjnie, pierwszą metodą przy określeniu rozkładów prawdopodobieństwa jest odwołanie się do danych historycznych dotyczących tych lub bliźniaczych zmiennych, na podstawie których

¹³ T. Copeland, V. Antikarov: *Real options: a practitioners guide*. New York 2001, Texere, s. 244–251.

¹⁴ T. Wiśniewski: *Ocena efektywności...*, s. 194.

¹⁵ D.B. Hertz: *op.cit.*, s. 100.

można wnioskować o możliwym przyszłym kształtowaniu się parametrów. Drugą metodą, która umożliwia określenie rozkładów i ich statystycznych właściwości jest subiektywny osąd ekspertów, którzy na podstawie wiedzy i doświadczeń potrafią określić podstawowe parametry. Kadra kierownicza na etapie planowania przedsięwzięcia inwestycyjnego jest w stanie z dużą pewnością określić dla każdej zmiennej trzy scenariusze: minimalny, maksymalny oraz najbardziej prawdopodobny. Umożliwia to zastosowanie rozkładu trójkątnego, normalnego lub rozkładu beta. Przy dwóch lub kilku możliwych poziomach danego parametru możliwe jest zastosowanie rozkładu punktowego lub przedziałowego.

Bardzo istotnym w budowaniu modelu jest określenie zależności i wzajemnych powiązań pomiędzy zmiennymi losowymi przedsięwzięcia. Najczęściej relacje te opisywane są jako korelacje i autokorelacje, co stanowi istotne uproszczenie, gdyż zachodzące procesy gospodarcze są często skomplikowane i nie mogą być opisywane przez proste równania. Staranne opisywanie funkcjami, ekonometryczne modelowanie związków zachodzących pomiędzy parametrami może znacząco poprawić jakość modelu.

Po stworzeniu i przygotowaniu modelu do wielokrotnego przeliczenia, dokonuje się losowego wyboru wartości z hipotetycznego rozkładu danych parametrów cząstkowych i szacuje się dla tych wartości wynik zmiennej objaśnianej (np. NPV). Po wykonaniu, zazwyczaj za pomocą odpowiedniego oprogramowania¹⁶, pożądanej ilości (nawet kilku tysięcy) iteracji, czyli przebiegów modelu, otrzymujemy odpowiednią do ilości przeliczeń ilość wartości zmiennej objaśnianej. Układają się one w określony, empiryczny rozkład wartości zmiennej objaśnianej. Otrzymane wyniki powinny być analizowane pod kątem statystycznym. Określenie rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej wyjściowej i jego parametrów statystycznych umożliwia uzyskanie istotnych informacji na temat efektywności projektu i ryzyka z nim związanego. Posługiwanie się takimi miarami, jak średnia, dominanta, kwartyle, odchylenie standardowe, współczynnik zmienności, współczynnik asymetrii to tylko część możliwej analizy. Można także posłużyć się analizą probabilistyczną, aby określić prawdopodobieństwo wystąpienia określonych zdarzeń.

Zastosowanie symulacji Monte Carlo w analizie ryzyka projektów inwestycyjnych

Dla zobrazowania rozważań zaprezentowano przykładową inwestycję. Inwestycja ma określone – dla uproszczenia obliczeń – tylko kilka kluczowych parametrów. Jednostka pieniężna nie ma znaczenia, więc nie została określona. Kolorem szarym oznaczone zostały dane, które są zmiennymi losowymi o określonych parametrach rozkładu. Dane finansowe przykładowego modelu zostały opisane w tabeli 1.

¹⁶ W ostatnim czasie powstało wiele programów, za pomocą których można wykonać symulację Monte Carlo i odpowiednio zinterpretować dane, np. Goldsim, @Risk, Crystal Ball.

Tabela 1

Przykładowy projekt inwestycyjny

Rok	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Cena/szt.		10,0	10,0	10,0	10,0	10,0
Ilość (szt.)		100	110	120	120	120
Przychody		1000	1100	1200	1200	1200
Koszty zmienne/szt.		5,0	5,2	5,3	5,5	5,6
Koszty zmienne		500	567	637	656	675
Koszty stałe		23	23	23	23	23
Koszty całkowite		523	590	660	679	698
EBIT		477	511	540	521	502
Podatek dochodowy (19%)		91	97	103	99	95
Nakłady inwestycyjne	1700					
Wolne przepływy pieniężne (FCF)	1700	568	607	643	620	597
WACC		13,0%	13,0%	13,0%	13,0%	13,0%
Czynnik dyskontowy		0,8850	0,7831	0,6931	0,6133	0,5428
PV(FCF)		502	476	446	381	324
Wartość projektu brutto	2128					
Nakłady inwestycyjne	1700					
NPV projektu	428					

Źródło: opracowanie własne.

Cena na sztukę charakteryzuje się rozkładem logarytmiczno-normalnym o autokorelacji 0,6 i odchyleniu standardowym 0,1 rosnącym w ostatnim roku do 3. Ilość zdefiniowana została – ze względu na kontraktację i ograniczenia w mocach produkcyjnych – rozkładem jednostajnym o wartościach początkowych: maks. 110, min. 90, w kolejnych latach maks. 121, min. 99; maks. 132, min. 108. Założono wzrost kosztów zmiennych z roku na rok o 3%, losowane są one z rozkładu normalnego o odchyleniu standardowym 10%. Koszty stałe opisane są rozkładem trójkątnym o wartości minimalnej 20, najbardziej prawdopodobnej – 23 i maksymalnej 29. Nakłady inwestycyjne oszacowane zostały na 1700 i, podobnie jak koszty stałe, charakteryzuje je rozkład trójkątny o parametrach wartości minimalnej 1650 i możliwym wzroście wartości aż do 2800. Pozostałe dane są wynikiem wykonywanych działań lub zostały wpisane dla uzupełnienia modelu „z ręki”.

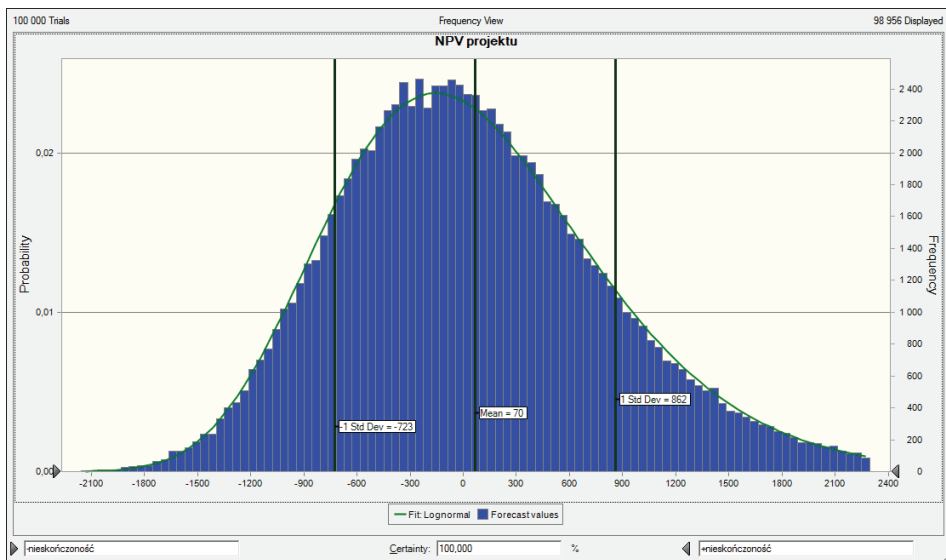
W wyniku przeprowadzonej symulacji otrzymano 100 000 iteracji, które ułożyły się w rozkład logarytmiczno-normalny. Statystyki przeprowadzonej symulacji zostały zaprezentowane w tabeli 2.

Tabela 2

Statystyki przeprowadzonej symulacji Monte Carlo

	Rozkład logarytmiczno-normalny	Dane prognozy
Iteracje	–	100 000
Przypadek bazowy	–	420
Średnia	70	70
Mediana	–7	–8
Odchylenie standardowe	793	795
Wariancja	628 208	631 864
Skośność	0,604	0,6666
Kurtoza	3,66	3,97
Współczynnik zmienności	11,36	11,38
Minimum	–3919	–2258
Maksimum	+nieskończoność	5031
Średni błąd prognozy	–	3

Źródło: opracowanie własne za pomocą programu Oracle Crystal Ball.



Rysunek 3. Wyniki symulacji Monte Carlo na przykładowym modelu

Źródło: opracowanie własne za pomocą programu Oracle Crystal Ball.

W przeprowadzonej symulacji otrzymano oczekiwaną wartość projektu na poziomie 70 i odchylenie standardowe 795. Środkiem przedziału, w którym zawierają się dopuszczalne wyniki symulacji jest -8 , co oznacza, że dokładnie połowa obserwacji będzie miała większe lub mniejsze wyniki. Analizowane dane wykazują asymetrię lewostronną i dużą wysmukłość.

Wyniki przeprowadzonej symulacji przedstawiono na rysunku 3.

Na podstawie przeprowadzonej symulacji oraz otrzymanych danych można wysnuć wnioski na temat podanej jako przykład inwestycji. Inwestycja jest na skraju opłacalności, w 50,46% przypadków jej wartość NPV jest większa od 0. 70% wartości wynikowego rozkładu NPV znajdzie się w przedziale pomiędzy 862 a -723 . Te dodatkowe informacje pozwalają nie tylko ocenić projekt, ale także dokonać analizy ryzyka specyficznego związanego z realizacją projektu.

Symulacja Monte Carlo jest istotną metodą analizy ryzyka projektów inwestycyjnych, która znalazła swoje zastosowanie nie tylko w ekonomii, ale także w wielu innych dziedzinach życia. Eliminuje ona istotne wady analizy scenariuszowej (ograniczoną ilość badanych scenariuszy, brak korelacji między zmiennymi), umożliwiając dogłębną analizę często złożonych problemów. Gdy występuje wiele czynników obarczonych ryzykiem, pozwala ona z określonym poziomem ufności ustalić wynik. Jest użyteczną techniką, ułatwiającą podejmowanie decyzji na podstawie wygenerowanych wyników, zwłaszcza jeśli chodzi o analizę kosztów, terminarzy czy też całych złożonych projektów. To, co wyróżnia tę metodę na tle innych, to „składanie” różnorodnych czynników o specyficznym wpływie na wartość projektu, powiązanych ze sobą, których analiza w inny sposób jest niemożliwa bądź bardzo pracochłonna. Dodatkowo, jest to kompleksowe narzędzie, które w wyniku symulacji często bardzo skomplikowanego modelu umożliwia otrzymywanie danych wyjściowych, których analiza jest istotną pomocą dla zarządzających.

Literatura

- Copeland T., Antikarov V.: *Real options: a practitioners guide*, New York 2001, Texere.
- Hertz D.B.: *Risk Analysis in Capital Investment*. „Harvard Business Review” 1964.
- Knight F.H.: *Risk, Uncertainty and Profit*. Schaffner&Marx, Boston 1921.
- Kwak Y.H., Ingall L.: *Exploring Monte Carlo Simulation Applications For Project Management*, „Risk Management” 2007, Vol. 9.
- Majewska A.: *Zastosowanie metody Monte Carlo do wyceny opcji*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 394, Szczecin 2004.
- Metropolis N., Ulam S.: *The Monte Carlo Method*, „Journal of the American Statistical Association” 1949, Vol. 44, No. 247.
- Rogowski W.: *Metody analizy ryzyka projektów inwestycyjnych*, http://www.wrogowski.nazwa.pl/materiały/zarządzanie%20ryzykiem/Zarządzanie_ryzykiem_analiza_III.pdf (18.02.2012).

- Rogowski W., Michalczewski A.: *Zarządzanie ryzykiem w przedsięwzięciach inwestycyjnych*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2005.
- Rogowski W.: *Rachunek efektywności przedsięwzięć inwestycyjnych*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2004.
- Wiśniewski T.: *Ocena efektywności inwestycji rzeczowych ze szczególnym uwzględnieniem ryzyka*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2008.
- Wiśniewski T.: *Ryzyko projektu inwestycyjnego a ocena jego efektywności*, [w:] *Zarządzanie Finansami. Zarządzanie Ryzykiem i Kreowanie Wartości*, t. 1, red. D. Zarzecki, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 455, Szczecin 2007.
- Ziarkowski R.: *Opcje rzeczowe oraz ich zastosowanie w formułowaniu i ocenie projektów inwestycyjnych*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice 2004.
- Ziętek-Kwaśniewska K.: *Symulacje Monte Carlo jako metoda wyceny opcji*, „Scientific Bulletin of Chelm”, Section of Mathematics and Computer Science No. 2/2006.

mgr Marcin Pawlak
Uniwersytet Szczeciński
Katedra Zarządzania Przedsiębiorstwem
Instytut Ekonomiki i Organizacji Przedsiębiorstw

Streszczenie

Symulacja Monte Carlo jest wartościowym i elastycznym obliczeniowo narzędziem stosowanym we współczesnym zarządzaniu finansami. Praca ma na celu przedstawienie metodologii symulacji Monte Carlo i jej zastosowania w ocenie ryzyka i efektywności projektów inwestycyjnych. Artykuł składa się z trzech części: w pierwszej podkreśla się wagę analizy ryzyka w ewaluacji inwestycji, w drugiej zostaje przedstawiona metodologia stosowania symulacji Monte Carlo, a następnie zaprezentowane jest jej przykładowe zastosowanie.

MONTE CARLO SIMULATION IN THE ANALYSIS OF INVESTMENT RISK

Summary

Monte Carlo simulation is a valuable and flexible computational tool used in modern financial management. The paper presents the Monte Carlo simulation methodology and its application in risk analysis and the investment appraisal. This article consists of three parts: the first part emphasizes the importance of risk analysis in investment appraisal, the second part presents methodology of the Monte Carlo simulation and the third part – its sample application.